Лекция №1. Электростатикаға кіріспе. Электростатикалық өріс.

1.1 Электр заряды. Нүктелік заряд ұғымы. Кулон заңы.
1.2 Электр өрісі. Электр өрісінің кернеулігі. Электр өрісінің суперпозиция принципі.
1.3 Электрлік диполь. Диполь өрісі. Нүктелік емес зарядталған денелердің электр өрісі.
1.4 Кернеулік векторының ағыны. Остроградский-Гаусс теоремасы. Остроградский-Гаусс теоремасын нақты есептерді шешуде қолдану.
1.5 Электростатикалық өрістегі зарядтың орын ауыстыру кезінде атқарылатын жұмыс. Электростатикалық өріс потенциалы.
1.6 Эквипотенциал беттер. Электр өрісі потенциалы мен кернеулігі арасындағы байланыс. Зарядталған сфералық беттің потенциалы.
1.7 Біртекті және біртекті емес электр өрісіндегі диполь.

1.1 Электр заряды. Нүктелік заряд ұғымы. Кулон заңы. Қарастырылып отырған инерциалды санақ жүйесіне салыстырғанда тыныштықта болатын электр зарядтары жүйесінің қасиеттері мен олардың өзара әсерлерін қарастыратын электрлік ілімнің бөлімі электростатика деп аталады.

Көптеген тәжірибелер көрсететіндей табиғатта электр зарядының екі тегі бар (француз ғалымы Дюфе тұжырымдаған болатын), оларды шартты түрде оң таңбалы және теріс таңбалы заряд деп атауды американдық ғалым Франклин ұсынған еді. XVII ғасырдың басында жүргізілген тәжірибелерге сүйене отырып, теріге үйкелген шыны таяқшаның зарядын оң таңбалы заряд, ал жүн матаға (жібек) үйкелген янтардың зарядын теріс таңбалы заряд деп алу келісілген. Кез келген зарядталған дене зарядының таңбасын «аттас зарядтар бір бірінен тебіледі, әр аттас зарядтар бір біріне тартылады» деген тұжырым негізінде анықтауға болады.

Барлық денелер атомдар мен молекулалардың бүтін санынан құралады. Тәжірибелер (Милликен тәжірибесі, Фарадейдің электролиз заңдары) электрленген дене заряды элементар зарядқа еселі болатындығын көрсетеді. Элементар заряд деп электр зарядының ең кіші орнықты мәнін айтады. Элементар зарядты «e» әрпімен белгілейді, оның сан мәні $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Орнықты түрде ең кіші теріс таңбалы элементар зарядқа ие бөлшек электрон деп аталады, ал орнықты түрде ең кіші оң таңбалы элементар зарядқа ие бөлшек протон деп аталады. Атом ядросындағы заряды жоқ элементар бөлшек нейтрон деп аталады.

Атом протондар мен нейтрондардан құралатын оң таңбалы зарядталған ядродан және оны айнала қозғалатын электрондар бұлтынан тұратындығын (Резерфорд тәжірибесінің нәтижесінде ұсынылған атомның планетарлық нұсқасы) ескерсек, қалыпты жағдайда оқшауланған бейтарап атомның оң (ядро) және теріс (эленктрондар бұлты) таңбалы зарядтары абсолют шама жағынан тең болатындығы түсінікті. Зат бойындағы оң және теріс зарядтардың шамасы тең болса, зат электрлік жағынан бейтарап (бейтарап атом) болып табылады, ағылшын физигі У.Гильберттің пайымдауынша заттарды бір біріне үйкегенде олар электрленеді, яғни бір заттан екінші затқа қарай электрондар алмасуы жүреді. Біршама электрондарды қосып алған зат (атом) шартты түрде теріс зарядталған, ал біршама электрондарынан айрылған зат (атом) шартты түрде оң зарядталған деп қабылданады. Егер бұл заттар (оқшау атом) оқшауланған жүйе құрайтын болса, өзара үйкелетін бір зат (атом) қанша электрон жоғалтса, екінші зат (атом) сонша электрон қосып алады, яғни жоғалтқан және қосып алған электрондар саны тең болады, жүйе ішінде болатын түрлі процестерге қарамастан жалпы зарядтардың алгебралық қосындысы өзгермейді, тұрақты болып қалады. Бұл зарядтың сақталу заңы болып табылады, оны ағылшын физигі М.Фарадей көптеген тәжірибелердің нәтижелерін қорытындылап, тағайындаған болатын. Зарядтың сақталу заңы былайша тұжырымдалады: *Оқшауланған жүйеде зарядтардың алгебралық қосындысы өзгермейді, тұрақты болады.*

Зарядтың сақталу заңының математикалық өрнегі мына түрде жазылады:

$q_1+q_2+q_3+\cdots+q_n=const$ немесе $\sum q_i=const$ (1.1)

Электрлік заряд табиғаты жағынан дискретті, сондықтан заттың зарядының абсолют шамасы ондағы «артық» элементар бөлшектердің алгебралық қосындысымен анықталады: $q=N\cdot|e|$ (1.2)

N – артық элементар бөлшек саны, $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл - элементар заряд.

Электростатикада электрлік заряд түсінігі электростатикалық өріс түсінігімен тығыз байланысты, заряд электр өрісін тудырушы, әрі басқа зарядтар тудырған өріс әсерін сипаттаушы қасиеттерге ие.

Санақ жүйесімен салыстырғанда тыныштықтағы зарядтың (зарядталған дененің) айналасында пайда болатын өріс электростатикалық өріс деп аталады. Зарядтар (зарядталған денелер) бір-бірімен өрістері арқылы әсерлеседі.

Электрлік құбылыстарға арналған нақты есептерді шешкенде нүктелік заряд ұғымы жиі қолданылады.

Нүктелік заряд деп өрісінің әсері анықталатын нүктеге дейінгі қашықтықпен (*r*) салыстырғанда өлшемін (*a*) елемеуге (*a* << *r*) болатын зарядталған денені айтады. Нүктелік зарядты зарядталған материалдық нүкте ретінде қарастыруға болады.

Нүктелік зарядтардың өзара әсерлесуінің сандық сипатын анықтау мақсатында 1785 жылы Ш.Кулон тәжірибе жасады. Тәжірибе нәтижесінде нүктелік зарядтардың өзара әсерлесу күші зарядтардың модульдерінің көбейтіндісіне тура пропорционал (F $|q_1|\cdot|q_2|$¿, ал олардың арақашықтығының квадратына кері пропорционал (F $\frac{1}{r^2}$¿ екендігін анықталды.

Сонымен Кулон заңы былайша тұжырымдалады: *Екі нүктелік зарядтар бір біріне зарядтар модульдерінің көбейтіндісіне тура пропорционал, ал олардың арақашықтығының квадратына кері пропорционал күшпен әсер етеді.*

Кулон заңының математикалық өрнегі мына түрде жазылады: $F=k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon\cdot r^2}$

Векторлық түрде бұл өрнек: $\vec{F}=k\dfrac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon\cdot r^2}\cdot\dfrac{\vec{r}}{r}$ (1.3)

мұндағы: $k=\dfrac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}$ – пропорционалдық коэффициент, ал ε-ортаның электрлік қасиетін сипаттайтын, салыстырмалы диэлектрлік өтімділік деп аталатын физикалық шама.

Ортаның салыстырмалы диэлектрлік өтімділігі (ε) деп әсерлесу шарттары бірдей болған жағдайда нүктелік зарядтардың вакуумдағы өзара әсерлесу күшінің олардың ортадағы өзара әсерлесу күшінен неше есе үлкен екендігін көрсететін өлшемсіз физикалық шаманы айтады. $\varepsilon=\dfrac{F_0}{F}$

мұндағы: F_0- екі нүктелік зарядтардың вакуумдағы өзара әсер күші, ал F- әсерлесу шарттары өзгермеген жағдайда заттық ортада олардың өзара әсер күші.

Тәжірибелер көрсеткендей вакуумде (ауада) $\varepsilon=1$, басқа заттық орталарда $\varepsilon>1$ болады, олай болса әсерлесу шарттары өзгермеген жағдайда екі нүктелік зарядтардың заттық ортадағы өзара әсер күші олардың вакуумдағы (ауадағы) өзара әсер күшімен салыстырғанда ε есе кем болады.

Кулон заңының математикалық өрнегіне енген k пропорционалдық коэффициентінің сан мәнін анықтау үшін оның өрнегіне енген ε_0 - электр тұрақтысы деп аталатын шаманың ($\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}\dfrac{Ф}{м}$) сан мәнін орнына қоя отырып, $k=9\cdot10^9\dfrac{Н\cdot м^2}{Кл^2}$ екендігі анықталады. Кулон заңының математикалық өрнегін мына түрде де жазуға болады: $F=\dfrac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\dfrac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon\cdot r^2}$ векторлық түрде

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon\cdot r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r} \qquad (1.4)$$

1.2 Электр өрісі. Электр өрісінің кернеулігі. Электр өрісінің суперпозиция принципі. Физика ғылымының даму тарихында «Зарядталған денелердің (зарядтардың) бір біріне әсері қалай беріледі?» деген сұраққа жауап беру барысында жақыннан әсер ету және алыстан әсер ету теорияларының арасындағы талас дамыды. Жақыннан әсер ету теориясы бойынша зарядтар арасындағы әсер өріс арқылы беріледі және әсердің берілу жылдамдығы шекті болады деп тұжырымдаса, ал алыстан әсер ету теориясы зарядтар арасындағы әсер олардың арақашықтығына тәуелсіз лезде таралады деп тұжырымдады. Өріс теориясы дами келе жақыннан әсер ету теориясының дұрыс екендігі дәлелденді.

Сонымен зарядтар арасындағы әсер өрістің ерекше түрі электр өрісі арқылы іске асады. Электр өрісі өзіне енген қозғалмайтын және қозғалыстағы зарядтарға күшпен әсер ететіндігімен ерекшеленеді.

Электр өрісінің өзіне енген зарядталған бөлшекке (денеге) күштік әсерінің сандық сипаты электр өрісінің кернеулігі деп аталады. Электр өрісінің кернеулігі $\vec{E}$ әрпімен белгіленеді.

Электр өрісінің берілген нүктесіндегі кернеулігін табу үшін «сыншы» заряд деген түсінік енгізіледі. «Сыншы» заряд деп өз өрісі ескерілмейтін, тек сыртқы өрістің өзіне әсерін анықтау үшін енгізілетін нүктелік оң зарядты айтады.

Сонымен электр өрісінің кернеулігі деп өрістің күштік сипаттамасын, яғни «сыншы» зарядқа өріс тарапынан әсер ететін күштің сол «сыншы» заряд шамасына қатынасын айтады. $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}$ $\left[\frac{1\,Н}{1\,Кл}\right]=\left[\frac{1\,В}{1\,м}\right]$

Егер нүктелік q заряд тудырған өріске өріс центрінен r қашықтыққа q_0 «сыншы» заряд енсе, онда екі заряд арасындағы әсер күші Кулон заңына сәйкес: $\vec{F}=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{|q|\cdot|q_0|}{\varepsilon\cdot r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$ өрнегімен анықталады. Олай болса, нүктелік q зарядтың тудыратын өрісінің кез келген нүктедегі кернеулігі келесі өрнекпен анықталады:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{|q|}{\varepsilon\cdot r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r} \tag{1.5}$$

мұндағы $\vec{r}$- өріс центріне қатысты «сыншы» зарядтың орнын анықтайтын радиус вектор.

Электр өрісінің кернеулік векторының бағыты оң зарядқа өріс тарапынан әсер ететін күш векторының бағытымен бағыттас болады, егер өріс тудырушы заряд таңбасы оң ($q>0$) болса, $\vec{E}$ кернеулік векторының бағыты $\vec{r}$ векторының бағытымен бағыттас, өріс тудырушы заряд таңбасы теріс ($q<0$) болса, $\vec{E}$ кернеулік векторының бағыты $\vec{r}$ векторының бағытына қарама-қарсы болады.

Электр өрісінің суперпозиция принципі. Егер электр өрісін бірнеше нүктелік зарядтар жүйесі тудыратын болса, қарастырылатын нүктедегі өрістің қорытқы кернеулігі суперпозиция принципі көмегімен анықталады, күштердің тәуелсіздік және суперпозиция принципері ережесі қолданылады. Бұл ереже бойынша өріс тудырушы нүктелік зарядтар жүйесіне кірмейтін «сыншы» заряд өріске енгенде оған өріс тарапынан әсер ететін тең әсерлі (қорытқы) күш өріс тудырушы әрбір нүктелік зарядтың өрісі тарапынан әсер ететін өзара тәуелсіз күштердің векторлық қосындысына тең болады.

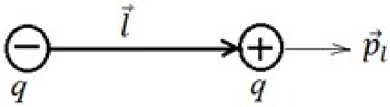
Айталық q_1, q_2, q_3, ..., q_n нүктелік зарядтар жүйесінің электр өрісіне q_0 сыншы заряд енсін. Күштердің тәуелсіздік және суперпозиция принципері ережесіне сәйкес q_0 сыншы зарядқа әсер етуші тең әсерлі күш: $\vec{F}=\sum\vec{F}_i$

$$\vec{E}=\frac{\sum\vec{F}_i}{q_0}=\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\cdots+\vec{F}_n}{q_0}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3+\cdots+\vec{E}_n=\sum\vec{E}_i \tag{1.6}$$

мұндағы: $\vec{E}=\sum\vec{E}_i$ –қорытқы электр өрісінің кернеулік векторы, оның бағыты параллелограммдар ережесімен анықталады.

Сонымен, электр өрісін бірнеше нүктелік зарядтар жүйесі тудырған жағдайда қарастырылатын нүктедегі өрістің қорытқы кернеулігін анықтайтын суперпозиция принципі ережесі былайшы тұжырымдалады: *нүктелік зарядтар жүйесінің электр өрісінің кернеулігі жүйеге енген әрбір нүктелік зарядтың электр өрісінің кернеулік векторларының векторлық қосындысына тең болады.*

1.3 Электрлік диполь. Диполь өрісі. Электрлік диполь деп өрісі анықталатын нүктеге дейінгі қашықтықпен ($\vec{r}$) салыстырғанда бір-біріне дейінгі арақашықтығы ($\vec{l}$) едәуір ($r \gg l$) аз қашықтықта орналасқан модулі (шамасы) бірдей екі әр аттас зарядтар жүйесін айтады. Шама жағынан екі зарядтың арақашықтығына тең, бағыты теріс зарядтан оң зарядқа қарай бағытталған $\vec{l}$ векторын диполь иіні деп атайды.



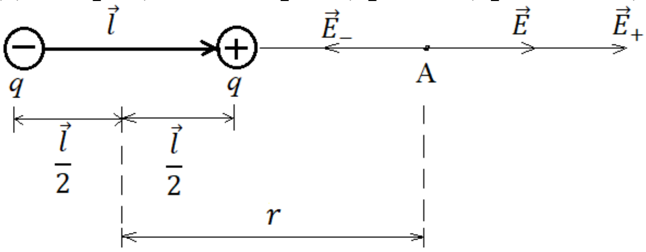
1.1-сурет

Диполь өрісін сипаттау үшін электрлік диполь моменті ($\vec{p}_e$) немесе жай ғана диполь деген шама енгізіледі.

Электрлік диполь моменті деп бағыты диполь иіні $\vec{l}$ векторымен бағыттас, ал шамасы оң заряд (q) пен диполь иінінің ($\vec{l}$) көбейтіндісіне тең болатын физикалық шаманы айтады (1.1-сурет).

$$\vec{p} = q \cdot \vec{l} \qquad (1.7)$$

Диполь өрісін қарастырайық. Өрісі қарастырылатын А нүктесі диполь осінің бойында орналасса (1.2-сурет), $\vec{E}_{+}$ және $\vec{E}_{-}$ векторлары да осы ось бойында жатады, бірақ бағыттары қарама-қарсы болады.



1.2-сурет

Өрістің суперпозициясы принципіне сәйкес диполь өрісінің кез келген нүктесінде кернеулік векторы: $\vec{E} = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-}$ (1.8)

1.2-суретке сәйкес: $\vec{E}_{+} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon \cdot r_1^2} \cdot \frac{\vec{r}_1}{r_1}$, $\vec{E}_{-} = \frac{-1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon \cdot r_2^2} \cdot \frac{\vec{r}_2}{r_2}$

Суреттен көрініп тұрғандай $\vec{r}_1$ және $\vec{r}_2$ радиус векторларының А нүктесіне дейінгі қашықтығы $r_1 = r - \frac{l}{2}$, $r_2 = r + \frac{l}{2}$, ал бағыты $\vec{l}$ векторымен бағыттас болады, яғни $\vec{r}_1 = \left(r - \frac{l}{2}\right) \cdot \frac{\vec{l}}{l}$ және $\vec{r}_2 = \left(r + \frac{l}{2}\right) \cdot \frac{\vec{l}}{l}$ осыларды ескерсек,

$$\vec{E}_{+} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon \cdot \left(r - \frac{l}{2}\right)^2} \cdot \frac{\vec{l}}{l} \quad \text{және} \quad \vec{E}_{-} = \frac{-1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon \cdot \left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \cdot \frac{\vec{l}}{l} \qquad (1.9)$$

(1.9)-өрнектерді (1.8)-өрнекке апарып қойса, А нүктесіндегі кернеулік векторы:

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q\cdot\vec{l}}{\varepsilon\cdot l}\cdot\left[\frac{1}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right]=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{2\cdot r\cdot q\cdot\vec{l}}{\varepsilon\cdot\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}$$

$\vec{p}_e=q\cdot\vec{l}$ және ($r\gg l¿$ екендігін ескерсек: $\vec{E}=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{2\cdot\vec{p}_e}{\varepsilon\cdot r^3}$ (1.10)

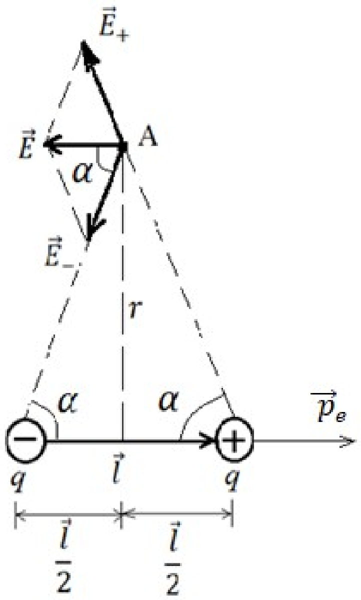
Диполь осінің орта нүктесіне тұрғызылған перпендикуляр бойында жатқан қандай да бір А нүктедегі электр өрісінің кернеулік векторын анықтайтын өрнекті қорытып алайық (1.3-сурет).

А нүктесі $-q$ және $+q$ зарядтардан бірдей қашықтықта орналасқандықтан:

¿

Суперпозиция принципіне сәйкес диполь өрісінің А нүктесіндегі кернеулігі:

$E=¿$ (1.11)



1.3 -сурет

1.3-суреттен көрініп тұрғандай: $cos\alpha=\frac{l}{2\cdot\sqrt{\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)}}$ (1.12)

$\frac{l^2}{4}\ll r^2$ және $p_e=q\cdot l$ екендігін ескеріп, (1.12)-өрнекті (1.11)-өрнекке қойса:

$$E=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{2q}{\varepsilon\cdot\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)}\cdot\frac{l}{2\cdot\sqrt{\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)}}=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q\cdot l}{\varepsilon\cdot r^3}=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{p_e}{\varepsilon\cdot r^3}$$

Векторлық түрде бұл өрнек былай жазылады: $\vec{E}=\frac{-1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{\vec{p}_e}{\varepsilon\cdot r^3}$ (1.13)

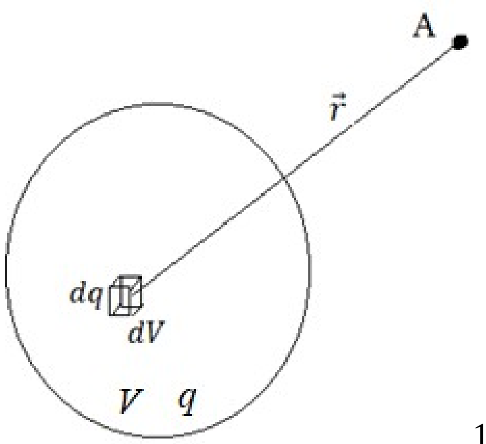
(1.13)-өрнектің алдындағы «-» таңба $\vec{E}$ және $\vec{p}_e$ векторларының бағыттары бір-біріне қарама-қарсы екендігін көрсетеді (1.3-суретте де көрініп тұр).

Дипольдің кез келген нүктедегі өріс кернеулігі келесі өрнекпен анықталады: $\vec{E}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_{0\cdot\varepsilon}}\cdot\frac{\vec{p}_e}{r^3}\cdot\sqrt{1+3\cdot\cos^2\alpha}$ (1.14)

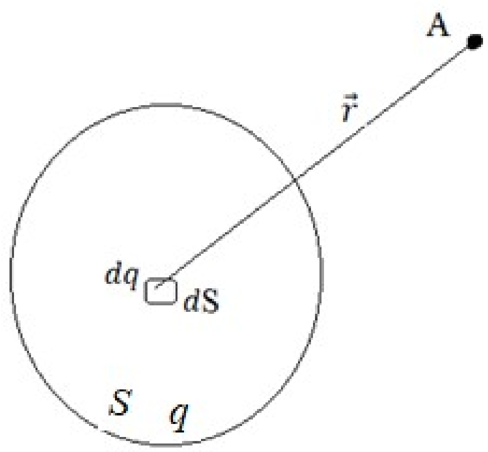
Нүктелік емес зарядталған денелердің электр өрісі. Зарядталған дененің өлшемі өрісін қарастыратын нүктеге дейінгі қашықтықпен салыстырғанда шамалас болса, онда зарядталған денені нүктелік заряд ретінде қарастыруға болмайды, яғни зарядталған дененің пішіні ескерілуі тиіс. Нақты есептерді шешуде есепті жеңілдету мақсатында заряд денеге біркелкі таралған деп, зарядталған дененің пішініне орай зарядтың көлемдік, беттік, сызықтық таралуы қарастырылады.

Зарядтың көлемдік тығыздығы (ρ) деп бірлік көлемдегі заряд шамасын айтады (1.4-сурет). $\rho = \dfrac{dq}{dV}$ $\left[\dfrac{1\,Кл}{1\,м^3}\right]$ (1.15)

Зарядтың беттік тығыздығы (σ) деп бірлік ауданға сәйкес келетін заряд шамасын айтады (1.5-сурет). $\sigma = \dfrac{dq}{dS}$ $\left[\dfrac{1\,Кл}{1\,м^2}\right]$ (1.16)

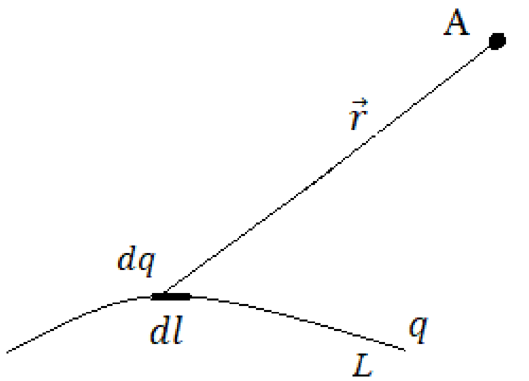


1.4-сурет



1.5-сурет

Зарядтың сызықтық тығыздығы (τ) деп бірлік ұзындыққа сәйкес келетін заряд шамасын айтады (1.6-сурет). $\tau = \dfrac{dq}{dl}$ $\left[1\dfrac{Кл}{1\,м}\right]$ (1.17)



1.6-сурет

Нүктелік емес зарядталған денелердің электр өрісінің кернеулігі нүктелік заряд өрісінің кернеулігінің өрнегінен (1.5-өрнек) $dE = \dfrac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\dfrac{dq}{\varepsilon\cdot r^2}$ деп жазып алып, (1.15), (1.16), (1.17)-өрнектерден dq -ды тауып, қою арқылы анықталады:

$$\rho=\frac{dq}{dV} \quad \rightarrow \quad dq=\rho\cdot dV \quad \rightarrow \quad d\,E_V=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{\rho\cdot dV}{\varepsilon\cdot r^2} \qquad (1.18)$$

$$\sigma=\frac{dq}{dS} \quad \rightarrow \quad dq=\sigma\cdot dS \quad \rightarrow \quad d\,E_S=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{\sigma\cdot dS}{\varepsilon\cdot r^2} \qquad (1.19)$$

$$\tau=\frac{dq}{dl} \quad \rightarrow \quad dq=\tau\cdot dl \quad \rightarrow \quad d\,E_L=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau\cdot dl}{\varepsilon\cdot r^2} \qquad (1.20)$$

(1.18), (1.19), (1.20) өрнектер нүктелік емес зарядталған денелердің dV, dS, dl элементтері үшін жазылған, ал тұтас дене өрісінің кереулігі оның шекті мөлшері (көлемі, ауданы, ұзындығы) бойынша интеграл алу арқылы табылады:

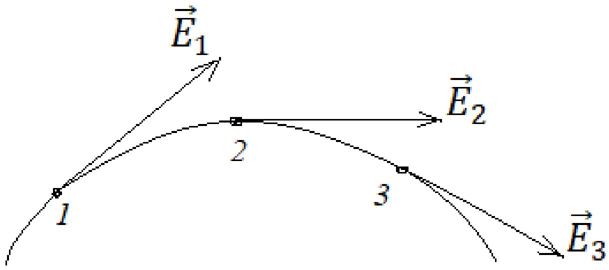
$$E_V=\frac{\rho}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\int\frac{dV}{r^2} \qquad (1.21)$$

$$E_S=\frac{\sigma}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\int\frac{dS}{r^2} \qquad (1.22)$$

$$E_L=\frac{\tau}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\int\frac{dl}{r^2} \qquad (1.23)$$

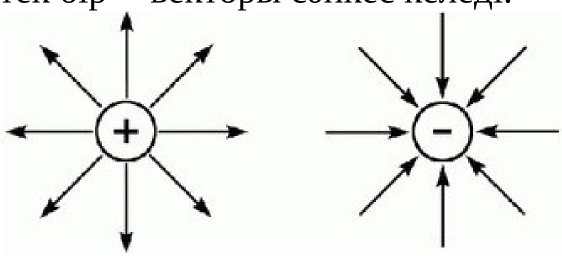
1.4 Кернеулік векторының ағыны. Остроградский-Гаусс теоремасы. Егер электр өрісінің әрбір нүктесіндегі кернеулігінің шамасы анықталған болса, онда электр өрісі толық сипатталған болып саналады. Нүктелік емес зарядталған денелердің электр өрісінің кернеулігін анықтауда математикалық тұрғыдан белгілі бір қиындықтар, атап айтқанда, интеграл шектерін анықтау қиындықтары туындайды. Осы жағдайдан шығу үшін Остроградский-Гаусс теоремасы қолданылады.

Электростатикалық өрісті кескіндеу мақсатында М.Фарадей күш сызықтары деген түсінік енгізді. *Күш сызықтары деп әрбір нүктесіне жүргізілген жанама бағыты сол нүктедегі өріс кернеулігі векторының бағытымен сәйкес келетін сызықтарды айтады* (1.7-сурет).



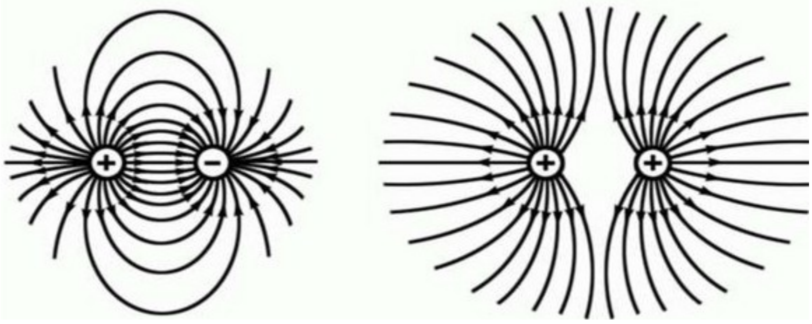
1.7-сурет

Электр өрісінің күш сызықтары оң зарядтан басталады, теріс зарядта аяқталады (1.8-сурет). Күш сызықтары ешқашан қиылыспайды, себебі өрістің әрбір нүктесіне тек бір $\vec{E}$ векторы сәйкес келеді.



1.8-сурет

1.9-суретте өзара әсерлесіп тұрған әр аттас және аттас нүктелік зарядтар туғызған электростатикалық өрістердің күш сызықтарының жазық қималары бейнеленген.



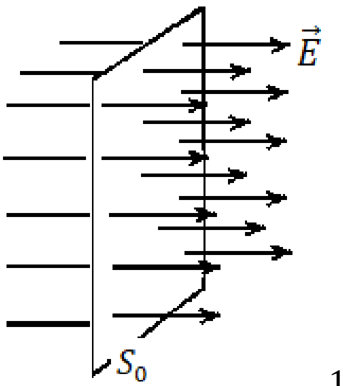
1.9-сурет

Күш сызықтары кернеулік векторының бағытын көрсете алғанымен, оның сандық мәнін сипаттай алмайды. Күш сызықтары арқылы кернеулік векторының шамасын анықтау үшін кернеуліктің шамасын жүргізілген күш сызықтарының санымен байланыстыру қажет, яғни өріс кернеулігінің шамасы көп аймақтарда күш сызықтарын жиірек, ал өріс кернеулігінің шамасы аз аймақтарда күш сызықтарын сирегірек жүргізілуі шарт. Осы мақсатта күш сызықтарының ағыны деген шама енгізіледі.

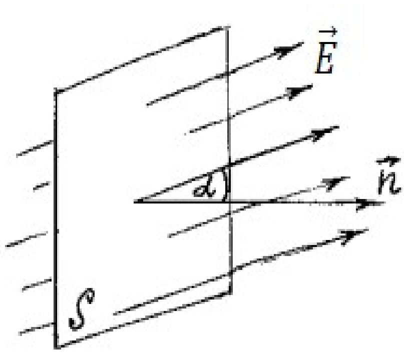
Электр өрісінің күш сызықтарының ағыны (Ψ_e) деп күш сызықтарына перпендикуляр орналасқан аудан S_0 арқылы қиып өтетеін күш сызықтарының санын айтады (1.10-сурет). $\Psi_e = \vec{E} \cdot \vec{S}_0$ (1.24)

Ψ_e - электр өрісінің күш сызықтарының ағыны, скаляр шама,

S_0- электр өрісінің күш сызықтарын перпендикуляр орналасқан аудан.



1.10-сурет



1.11-сурет

Кез келген бағытта орналасқан аудан арқылы қиып өтетін электр өрісінің күш сызықтарының ағынын (1.11-сурет) анықтағанда:

$$\Psi_e = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos\left(\widehat{\vec{E}\vec{n}}\right) = E \cdot S \cdot cos\alpha$$

мұндағы: $\vec{n}$ - S ауданға тұрғызылған нормаль, $E_n = E \cdot cos\alpha$ десек:

$$\Psi_e = E_n \cdot S \qquad (1.25)$$

мұндағы: E_n –электр өрісі кернеулік векторының нормаль құраушысы.

Егер $\vec{E} \parallel \vec{n}$, яғни электр өрісі кернеулік векторы ($\vec{E}$) мен S ауданға тұрғызылған нормаль ($\vec{n}$) өзара параллель болса, $\Psi_{e\,max} = \vec{E} \cdot \vec{S}$ болады.

Егер $\vec{E} \perp \vec{n}$, яғни электр өрісі кернеулік векторы ($\vec{E}$) мен S ауданға тұрғызылған нормаль ($\vec{n}$) өзара перпендикуяр болса, $\Psi_{e\,min} = 0$ болады.

(1.25) - өрнек берілген ауданның барлық жерінде өріс кернеулігінің мәні бірдей жағдай үшін орындалады. Электр өрісі кернеулігінің мәні өзгермелі болған жағдайда S аудан бетінен dS элементар ауданша бөлініп алынады да, бұл dS элементар ауданша арқылы қиып өтетін кернеулік векторының шамасы өзгермей тұрақты болып қалады деп санап (dS элементар ауданша өте кішкентай болғандықтан оны қиып өтетін кернеулік векторының өзгерісін ескермеуге болады), элементар күш сызықтарының ағынын анықтайды:

$$d\Psi_e = \vec{E}\cdot d\vec{S} = E_n \cdot dS \qquad (1.26)$$

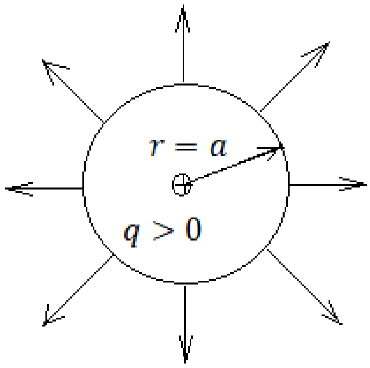
Берілген S аудан арқылы қиып өткен электр өрісінің күш сызықтарының ағынын анықтау үшін (1.26)-өрнекті интегралдау жеткілікті:

$$\Psi_e = \int E_n \cdot dS \qquad (1.27)$$

(1.25) және (1.27)- өрнектерді пайдаланып, тұйық бетті қиып өтетін электр өрісінің күш сызықтарының ағынын есептеуге мүмкіндік беретін Остроградский-Гаусс теоремасын қорытып алуға болады. Ол үшін төмендегі интегралды шешу керек:

$$\Psi_e = \oint E_n \cdot dS \qquad (1.28)$$

Мысал ретінде радиусы $r=a$ сфера центрінде орналасқан оң таңбалы ($q>0$) q нүктелік зарядтың осы сфералық бетті қиып өтетін электр өрісінің күш сызықтарының ағынын анықтайық (1.12-сурет).



1.12-сурет

Сфера бетінде өріс кернеулігінің сан мәні: $E = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon\cdot a^2} =$ const және $\vec{E}\parallel\vec{n}$, сондықтан $E_n = E$. Олай болса

$$\Psi_e = \oint E_n \cdot dS = \oint \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon\cdot a^2}\cdot dS = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon\cdot a^2}\oint dS = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon\cdot a^2}\cdot S$$

Сфера бетінің ауданы $S = 4\pi\cdot a^2$ екендігін ескерсек:

$$\Psi_e = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon\cdot a^2}\cdot 4\pi\cdot a^2 = \frac{q}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\quad \text{, яғни} \quad \Psi_e = \frac{q}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0} \qquad (1.29)$$

(1.29)-өрнек тек сфералық бет үшін ғана емес кез келген пішінді тұйық бет үшін де орындалады. Егер тұйық бет зарядтан тыс орналасқан жағдайда өріс кернеулігі ағыны нольге тең болады: $\Psi_e = \oint E_n \cdot dS = 0$

Егер тұйық ішінде $q_1, q_2, q_3, , \cdots, q_n$ нүктелік зарядтар жүйесі орналасса, онда бетті қиып өтетін өріс кернеулігі ағыны (суперпозиция принципіне сәйкес $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$ екендігін ескерсек):

$$\Psi_e = \oint \sum \vec{E}_{ni} \cdot dS = ¿ \sum \oint \vec{E}_{ni} \cdot dS = ¿ \frac{1}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \sum q_i ¿ ¿$$, яғни

$$\Psi_e = \frac{1}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \sum q_i \qquad (1.30)$$

(1.30)-өрнек электростатикалық өріс үшін Остроградский-Гаусс теоремасы деп аталады, ол былайша тұжырымдалады: тұйық бет арқылы қиып өтетін электр өрісінің кернеулік векторының ағыны осы бет ішінде орналасқан нүктелік зарядтардың алгебралық қосындысының $\varepsilon \cdot \varepsilon_0$ -ге бөлгенге тең болады.

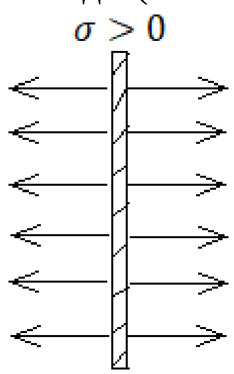
Егер тұйық ішінде нүктелік зарядтар жүйесі емес, әртүрлі пішінді зарядталған денелер орналасса, онда бетті қиып өтетін өріс кернеулігі ағыны

$\sum q_i = \int \rho \cdot dV$, $\sum q_i = \int \sigma \cdot dS$ екендігін ескерсек:

$$\Psi_e = \frac{1}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \int \rho \cdot dV \quad \text{және} \quad \Psi_e = \frac{1}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \int \sigma \cdot dS \qquad (1.31)$$

Остроградский-Гаусс теоремасын нақты есептерді шешуде қолдану. Остроградский-Гаусс теоремасын нақты есептер шығаруда қолдануға мысалдар келтірейік.

1-мысал. Беттік тығыздығы $\sigma = const$ біртекті зарядталған шексіз жазықтықтың электр өрісінің кернеулігін анықтайтын өрнекті қорытайық. Егер жазықтықтың екі өлшемі де өріс қашықтығымен салыстырғанда өте көп үлкен болса, ол жазықтықты шексіз жазықтық деп алуға болады. Беттік тығыздығы $\sigma > 0$ біртекті зарядталған шексіз жазықтық өрісі оның екі бетіне перпендикуляр бағытта және симметриялы болады (1.13-сурет).

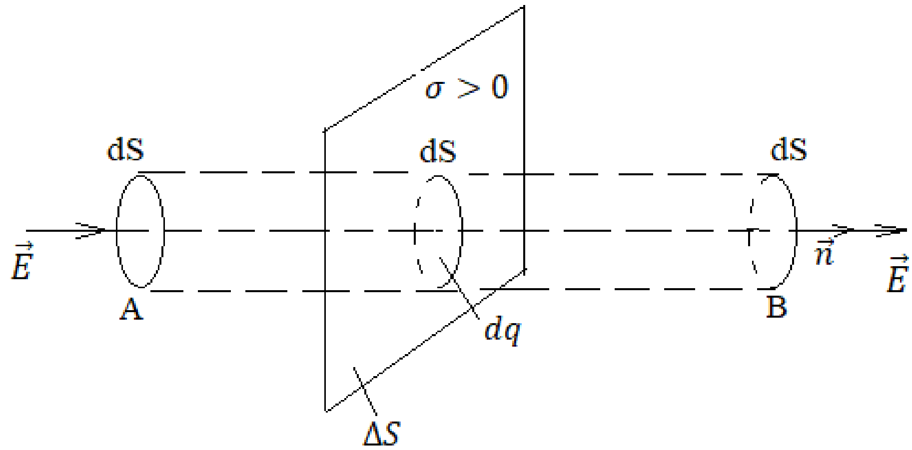


1.13-сурет

Осындай беттік тығыздығы $\sigma > 0$ біртекті зарядталған шексіз жазықтықтан ΔS ауданын бөліп алып, оған тұрғызылған перпендикуляр бойындағы симметриялы екі нүктедегі (А және В) электр өрісі кернеулігін анықтайтын өрнекті қорытайық.

Өрістің симметриялығынан $E_A = E_B = E$. Остроградский-Гаусс теоремасының шарты бойынша тұйық бетті таңдап алу керек. Ол үшін табаны А және В нүктелерінде жататын табан ауданы dS болатын, жасаушысы ΔS жазықтығына перпендикуляр 1.14-суреттегідей элементар цилиндр бөліп алайық.

Элементар цилиндрдің толық бетін қиып өтетін электр өрісі кернеулік векторының ағыны Остроградский-Гаусс теоремасына сәйкес оның ішінде орналасқан зарядтардың шамасына тәуелді.



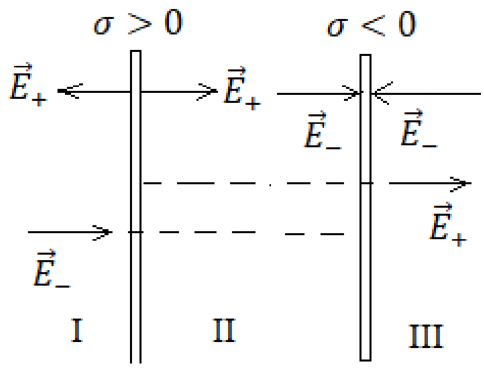
.   1.14-сурет

Цилиндрдің бүйір бетіне кернеулік векторы перпендикуляр ($\vec{E}_б \perp \vec{n}$), яғни қиып өтпейді, сондықтан бүйір бетін қиып өтетін электр өрісі кернеулік векторы нольге тең. Ал цилиндр табандарын электр өрісі кернеулік векторықиып өтеді ($\vec{E}_A \parallel \vec{n}$, $\vec{E}_B \parallel \vec{n}$) ($E_A = E_B = E$). Остроградский-Гаусс теоремасына сәйкес:

$$E_A \cdot dS + 0 \cdot dS_б + E_B \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \sum q_i \quad \text{немесе} \quad 2E \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \sum q_i$$

мұндағы: $\sum q_i = \sigma \cdot dS$ екендігін ескерсек: $2E \cdot dS = \frac{\sigma \cdot dS}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}$ екі жағын dS -қа қысқарсақ: $E = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}$ немесе $\vec{E} = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \vec{n}$ (1.32)

2-мысал. Беттік тығыздығы $\sigma = const$ біртекті әр аттас таңбалы зарядталған өзара параллель екі шексіз жазықтықтың электр өрісінің кернеулігін анықтайтын өрнекті қорытайық. Әр аттас таңбалы, шама жағынан тең $\sigma = const$ зарядталған өзара параллель екі шексіз жазықтықтың электр өрісі кернеулігін әрбір жазықтықтың өрісін ($\vec{E}_{+} = \vec{E}_{-}$, $E_{+} = E_{-} = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}$) жеке-жеке анықтап, суперпозиция принципі қолдана отырып табуға болады (1.15-сурет).



1.15-сурет

1.15-суреттен көрініп тұрғандай *I* және *III* облыстарда $\vec{E}_{+}$ және $\vec{E}_{-}$ векторлары қарама қарсы, ал *II* облыста олар бағыттас, Сондықтан:

I облыста: $E = E_{+} - E_{-} = 0$ $E = 0$

II облыста: $E = E_{+} - E_{-} = \frac{\sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}$ $E = \frac{\sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}$ (1.33)

III облыста: $E = E_{+} - E_{-} = 0$ $E = 0$

3-мысал. Зарядталған сфералық беттің электр өрісі кернеулігін Остроградский-Гаусс теоремасы көмегімен анықтайық.

1.15-суреттегідей радиусы R сфералық бетке $q>0$ оң таңбалы заряд біркелкі таралсын. Бұл сфералық беттің ішінен және сыртынан $r_1<R$ және $r_2>R$ екі сфералық беттер алайық.

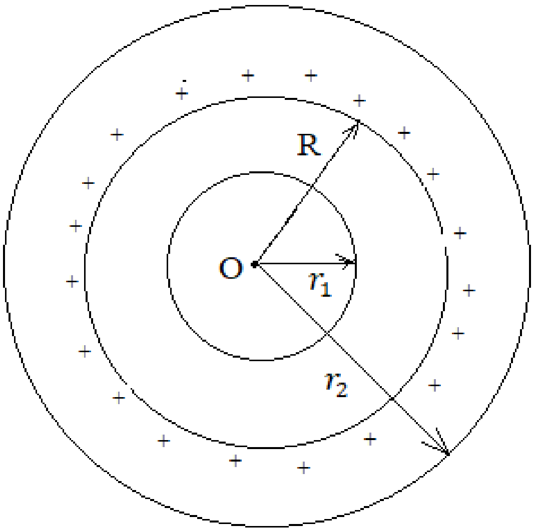
Радиусы r_1 сфераның ішінде заряд жоқ ($\sum q_i=0$¿ болғандықтан $r_1<R$ сфера үшін электр өрісі кернеулік векторының ағыны нольге тең болуы керек, яғни:

$$E_{ішкі}\cdot S_{ішкі}=\frac{1}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\sum q_i=0 \qquad\qquad E_{ішкі}=0$$

Радиусы r_2 сфераның ішінде заряд бар ($\sum q_i\neq 0$¿ болғандықтан $r_2>R$ сфера үшін электр өрісі кернеулік векторының ағыны:

$$E_{сыртқы}\cdot S_{сыртқы}=\frac{1}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\sum q_i \qquad \text{мұндағы:} \qquad S_{сыртқы}=4\pi\cdot r_2^2$$

Сонда: $$E_{сыртқы}=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r_2^2} \qquad (1.34)$$



1.15-сурет

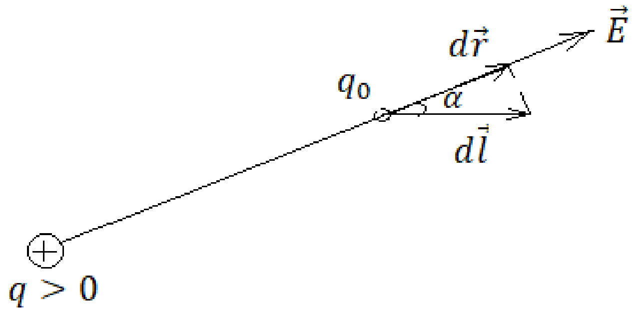
(1.34)-өрнектен көрініп тұрғандай зарядталған сферадан тысқары жатқан нүктелеріндегі электр өрісі кернеулігі нүктелік зарядтың электр өрісі кернеулігіндей өрнекпен анықталады.

1.5 *Электростатикалық өрістегі зарядтың орын ауыстыру кезінде өрістің атқаратын жұмысы.* q_0 нүктелік заряд кернеулік векторы $\vec{E}$ электростатикалық өріске енгенде өріс тарапынан $\vec{F}$ күш әсер еткенде заряд $d\vec{l}$ аз ғана қашықтыққа орын ауыстырсын (1.16-сурет). Осы кезде өрістің атқаратын элементар жұмысы: $dA=\vec{F}\cdot d\vec{l}=F\cdot dl\cdot\cos\left(\widehat{\vec{F}\,d\vec{l}}\right)$

$\vec{F}=q_0\cdot\vec{E}$, бұдан: $$dA=q_0\cdot E\cdot dl\cdot\cos\left(\widehat{\vec{E}\,d\vec{l}}\right) \qquad (1.35)$$

q_0 нүктелік заряд өріс ішінде қандайда бір 1-нүктеден 2-нүктеге дейін орын ауыстырған жағдайда атқырылатын жұмыс:

$$A=\int_{r_1}^{r_2} q_0\cdot E\cdot dl\cdot\cos\left(\widehat{\vec{E}\,d\vec{l}}\right)=q_0\cdot\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad (1.36)$$



1.16-сурет

Егер $dl\cdot\cos\left(\widehat{\vec{E}\,d\vec{l}}\right)=dr$ және $E=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$ екендігін ескерсек:

$$A=q_0\int_{r_1}^{r_2}E\cdot dl\cdot\cos\left(\widehat{\vec{E}\,d\vec{l}}\right)=¿\,q_0\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\cdot dr=\frac{q_0\cdot q}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}¿$$

$$A=\frac{q_0\cdot q}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}=\frac{q_0\cdot q}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \qquad (1.37)$$

(1.37)-өрнектен келесідей қорытынды жасауға болады: электростатикалық өрістегі зарядтың орын ауыстыру кезінде өрістің атқаратын жұмысы зарядтың бастапқы және соңғы орындарына ғана тәуелді, орын ауыстыру кезінде жүріп өткен жолының пішініне тәуелді емес. Әдетте мұндай шартты қанағаттандыратын өрісті потенциалды өріс деп атайды.

Электростатикалық өрісте күш әсерінен q_0 нүктелік заряд тұйық L жол жүрсе, өрістің атқаратын жұмысы келесі интегралмен анықталады:

$$A=q_0\cdot\oint_L\vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad (1.38)$$

мұндағы: $\oint_L\vec{E}\cdot d\vec{l}$ интегралы электростатикалық өрістің циркуляциясы деп аталады.

q_0 нүктелік заряд тұйық L жол бойымен орын ауыстырып, бастапқы орнына оралса, оның бастапқы және соңғы орындары бір нүктеге түйіседі, яғни $r_1=r_2$, сондықтан (1.37)-өрнектен $A=0$ болатындығы байқалады. Нүктелік заряд тұйық L жол бойымен орын ауыстырып, бастапқы орнына оралса, электростатикалық өрістің жұмысы нольге тең болады. Бұл жағдайда (1.38)-өрнектен: $A=q_0\cdot\oint_L\vec{E}\cdot d\vec{l}=0$ (1.39)

(1.39)-өрнек орындалуы үшін: $\oint_L\vec{E}\cdot d\vec{l}=0$ шарты орындалуы тиіс, яғни электростатикалық өрістің циркуляциясы нольге тең болуы шарт.

Циркуляциясы нольге тең болатын өріс потенциалды өріс деп аталады, яғни электростатикалық өріс потенциалды өріске жатады.

Электростатикалық өріс потенциалы. Электростатикалық өрістегі зарядтың орын ауыстыру кезінде өрістің атқаратын жұмысы заряд шамасы мен оның бастапқы және соңғы орнына тәуелді (1.37-өрнек), яғни бұл жұмыс зарядтың потенциалдық энергияларының кему өзгерісіне тең болуы тиіс:

$dA=-dW_p$ немесе $A=-\Delta W_p=W_{p1}-W_{p2}$ (1.40) мұндағы: W_{p1}, W_{p2} өрістің қандай да бір 1-нүктесіндегі және 2-нүктесіндегі q_0 нүктелік зарядтың потенциалдық энергиялары. W_{p1}, W_{p2} потенциалдық энергияларды анықтайтын өрнекті қорытып алайық.

q_0 нүктелік заряд электростатикалық өрісте шексіз аз қашықтыққа орын ауыстырғанда потенциалдық энергияның өзгерісі: $dW_p = -dA = \frac{-q_0 \cdot q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2}$

Бұл өрнекті интегралдағанда: $\Delta W_p = \frac{-q_0 \cdot q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1} - \frac{q_0 \cdot q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2}$

Соңғы өрнектен: $W_p = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$ + const (1.41)

(1.41)-өрнектегі интеграл тұрақтысын анықтау үшін бастапқы шартқа сәйкес $r \to \infty$, $W_p \to 0$. Сонда интеграл тұрақтысы const = 0 болады. олай болса:

$$W_p = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_0 \cdot q}{r} \qquad (1.42)$$

(1.42)-өрнектен көрініп тұрғандай q_0 нүктелік зарядтың потенциалдық энергиясы оның өріс тудырушы q зарядтан арақашықтығына кері пропорционал.

Егер нүктелік заряд $q_1, q_2, q_3, , \cdots, q_n$ зарядтар жүйесі тудырған өріске енсе, онда потенциалдық энергиясы әрбір жеке зарядтармен жасайтын потенциалдық энергияларының алгебралық қосындысына тең болады:

$$W_p = \sum W_{pi} = \frac{q_0}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \sum \cdot \frac{q_i}{r_i} \qquad (1.43)$$

(1.42)- және (1.43)- өрнектердің екі жағын да q_0-ға бөлсек (қысқартсақ), алынған қатынастар q_0-ға тәуелді болмай, тек өріс тудырушы зарядтардың параметрлерімен (q және r) ғана анықталады. Бұл қатынас электр өрісінің потенциалы деп аталады. Оны φ әрпімен белгілейді.

Электр өрісінің потенциалы φ деп өрістің энергетикалық сипаттамасын айтады. $\varphi = \frac{W_p}{q_0} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \sum \cdot \frac{q_i}{r_i}$, егер $i=1$ болса, нүктелік зарядтың потенциалының өрнегі шығады:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \qquad \left[\frac{1\,Дж}{1\,Кл}\right] = 1[B] \text{ (Вольт)} \qquad (1.44)$$

(1.44)-өрнекті ескеріп, (1.37)-өрнекті былайша түрлендіруге болады:

$$A = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = q_0 \cdot \left(\frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1} - \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2}\right)$$

мұндағы: $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1}$ $\varphi_2 = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2}$, сонда:

$$A = q_0 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (1.45)$$

мұндағы: $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – потенциалдар айырымы деп аталады.

(1.45)-өрнектен де q_0 заряд тұйық траекториямен орын ауыстырып, бастапқы орнына оралса, яғни $\varphi_1 = \varphi_2$болатындықтан электростатикалық өрістің жұмысы нольге тең ($A=0$¿ екендігі шығады.

(1.44)-өрнектен көрініп тұрғандай өріс потенциалы арақашықтыққа кері ропорционал, олай болса заряд шексіздікке орын ауыстырғанда $(r_2 \to \infty)$ өріс потенциалы ($\varphi_2 \to 0$) нольге тең болады. Сонда:

$$A_\infty = q_0 \cdot \varphi_1 \qquad \Rightarrow \qquad \varphi = \frac{A_\infty}{q_0} \tag{1.46}$$

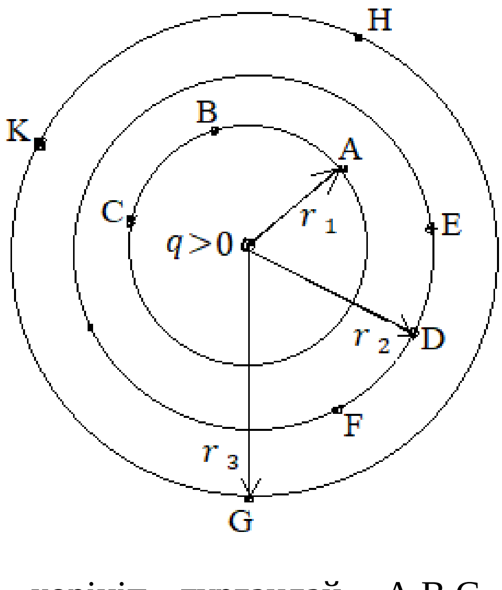
(1.46)-өрнектен электр өрісінің потенциалына келесідей анықтама беруге болады: *электр өрісінің потенциалы деп бірлік зарядты өрістің берілген нүктесінен шексіз қашықтыққа көшіру кезінде өріс күшінің атқаратын жұмысына сан жағынан тең шаманы айтады.*

Эленктр өрісінің потенциалы ұғымының физикалық мағынасы жоқ, оның абсолют мәнін ешқандай құралмен өлшей алмайды. Оны шартты түрде өрістің энергетикалық сипатын беру үшін енгізген, бірақ потенциалдар айырымының физикалық мағынасы бар. Потенциалдар айырымын вольтметр немесе гальванометр көмегімен өлшеуге болады.

1.6 *Эквипотенциал беттер. Электр өрісі потенциалы мен кернеулігі арасындағы байланыс. Зарядталған сфералық беттің потенциалы.* Электр өрісінің кернеулігі де, потенциалы да оның сипаттамалары болып табылатындықтан, олардың өзара байланысы болуы шарт. Осы байланысты тағайындау үшін эквипотенциал бет ұғым енгізіледі.

Эквипотенциал бет деп потенциалдары бірдей нүктелер жататын бетті айтады, яғни $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \cdots = \varphi_n$ (1.47)

(1.47)-өрнек эквипотенциал бет болу шарты, яғни (1.44)-өрнекке сәйкес нүктелік зарядтан бірдей қашықтықтағы нүктелер жатқан бет эквипотенциал бет болып табылады, себебі $r = ¿$ const. $\Rightarrow$ $\varphi_i = ¿$ const. Олай болса, центрінде нүктелік заряд орналасқан концентрлі сфералық беттер эквипотенциал беттер болып табылады (1.17-сурет).



1.17-сурет

1.17-суреттен көрініп тұрғандай, A,B,C нүктелері үшін r_1= const болғандықтан олар өзара эквипотенциал нүктелер ($\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C$), сол сияқты D,E,F нүктелері үшін r_2= const болғандықтан олар өзара эквипотенциал нүктелер (

$\varphi_D=\varphi_E=\varphi_F$), дәл сол себепті G,H,K нүктелері үшін r_3= const болғандықтан олар өзара эквипотенциал нүктелер ($\varphi_G=\varphi_H=\varphi_K$).

Сонымен қатар, электр өрісінің потенциалы арақашықтыққа кері пропорционал екендігін ескерсек ($\varphi \ \frac{1}{r}$), $r_1<r_2<r_3$ болғандықтан $\varphi_A>\varphi_D>\varphi_G$ екендігі түсінікті. Эквипотенциал беттер электр өрісінің күш сызықтарына әрқашан нормаль (перпендикуляр) болады.

Эквипотенциал беттер мен кернеулік сызықтарының әрқашан бір-біріне перпендикуляр болатындығынан олардың өзара байланысын табуға болады.

q нүктелік заряд өрісіне q_0 сыншы заряд енгенде өроіс тарапынан әсер ететін күш әсерінен сыншы заряд dl элементар қашықтыққа орын ауыстырғанда dA элементар жұмыс атқарылсын, яғни (1.35)-өрнекке сәйкес $dA=q_0\cdot E\cdot dl\cdot\cos\left(\widehat{\vec{E}\,d\vec{l}}\right)$ және (1.45)-өрнектен $\varphi_1=\varphi$, ал $\varphi_2=\varphi+d\varphi$ десек: $dA=-q_0\cdot d\varphi$.
Сонда $\vec{E}\cdot d\vec{l}\cdot\cos\left(\widehat{\vec{E}\,d\vec{l}}\right)=-d\varphi$, мұндағы
$l\cdot\cos\left(\widehat{\vec{E}\,d\vec{l}}\right)=dr$, $\Rightarrow$ $E\cdot dr=-d\varphi$ немесе $E=\frac{-d\varphi}{dr}$, векторлық түрде жазсақ:

$$\vec{E}=\frac{-d\varphi}{dr}\cdot\vec{n} \tag{1.48}$$

мұндағы: $\frac{d\varphi}{dr}\cdot\vec{n}$ - потенциалдың берілген бағыт бойынша өзгеру тездігі немесе градиенті деп аталады, ол былай белгіленеді: $\frac{d\varphi}{dr}\cdot\vec{n}=grad\,\varphi$ (1.49)

(1.49)-өрнекті (1.48)-өрнекке қойсақ: $\vec{E}=-grad\,\varphi$ (1.50)

(1.50)-өрнектегі «-» таңба кернеулік векторының бағыты потенциалдық кему бағытымен сәйкес келетіндігін көрсетеді.

Егер $\vec{E}=¿0$ болса, (1.50)-өрнектен $grad\,\varphi=¿0$ $\Rightarrow$ $\varphi=¿$ const

Бұдан: зарядталған сфералық бет ішінде өріс болмайтындықтан ($E=¿0$), оның барлық нүктелеріінің потенциалы бірдей.

Сонымен (1.50)-өрнекті пайдаланып электр өрісі потенциалы берілген жағдайда оның кернеулігін табуға болады немесе керісінше электр өрісі кернеулік векторы берілген жағдайда оның потенциалы анықтауға болады.

Мысалы, екі шексіз әр аттас зарядталған жазықтық арасындағы потенциалдар айырымын анықтайық. Жазықтықтар арасындағы өрістің кернеулік векторының бағыты оң таңбалы зарядталған жазықтықтан теріс таңбалы зарядталған жазықтыққа қарай бағытталады және шамасы (1.33)-өрнекпен ($E=\frac{\sigma}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}$) есептеледі. Егер OX осінің бағыты оң таңбалы зарядталған жазықтықтан теріс таңбалы зарядталған жазықтыққа қарай бағытталған болса,

$E_x=\frac{-d\varphi}{dx}$ $\Rightarrow$ $d\varphi=-E_x\cdot dx$ немесе $d\varphi=-E\cdot dx$ (1.51)

$E=¿$const екендігін ескеріп, (1.51)-өрнекті 0-ден d-ге қашықтыққа дейін шекте интегралдасақ: $\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi=-\int_0^d E\cdot dx$ $\Rightarrow$ $\varphi_2-\varphi_1=-E\cdot d$

Сонымен $\varphi_1-\varphi_2=E\cdot d$, мұндағы $\varphi_1-\varphi_2=U$ - потенциалдар айырымы немесе кернеу деп аталады, яғни: $U=E\cdot d$ - потенциалдар айырымы мен кернеулік байланыс өрнгегі деп аталады.

1.15-суретті пайдаланып, радиусы R зарядталған сфералық беттің ішіндегі және сыртындағы нүктелердегі потенциалын анықтайық.

Радиусы R зарядталған сфералық беттің ішіндегі нүктелерде ($r<R$) $\vec{E}=¿0$ болады, (1.50)-өрнектен $grad\,\varphi=¿0$ $\Rightarrow$ $\varphi=¿$ const

Радиусы R зарядталған сфералық беттің сыртындағы нүктелерде ($r>R$) $d\varphi=-E\cdot dr=\frac{-1}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_{0.}}\cdot\frac{q}{r}dr$, бұл өрнекті r_1-ден r_2-ге дейінгі аралықта интегралдасақ: $\varphi_2-\varphi_1=\frac{-q}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_{0.}}\cdot(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2})$ өрнектің екі жағын да -1-ге көбейтсек:

$\varphi_1-\varphi_2=\frac{q}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_{0.}}\cdot(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2})$

егер $r_1=R$, ал $r_2\to\infty$ болса, $\varphi=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_{0.}}\cdot\frac{q}{R}$ (1.52)

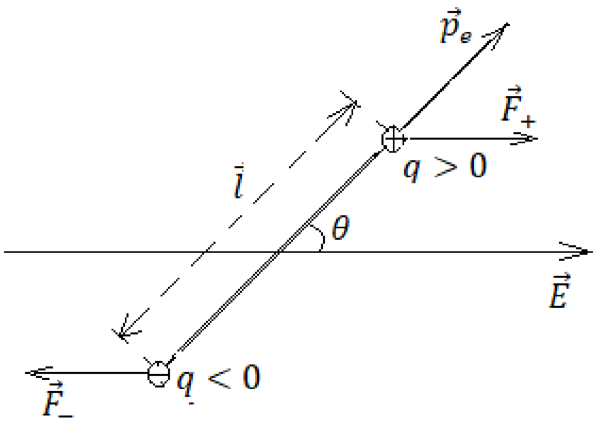
1.7 *Біртекті және біртекті емес электр өрісіндегі диполь.* Егер дипольді біртекті ($\vec{E}=¿$const) электр өрісіне орналастырса, оған өріс тарапынан белгілі бір күш моменті әсер етеді (1.18-сурет). Ол күш моментінің шамасы:

$M=q\cdot E\cdot l\cdot sin\theta=p_e\cdot E\cdot sin\theta$ (1.53)

$p_e=q\cdot l$ – диполь моменті. Күш моментінің бағыты «оң бұранда» ережесімен анықталады: $\vec{M}=[\vec{p}_e\cdot\vec{E}]$ (1.54)

егер $\vec{E}\perp\vec{p}_e$, яғни $\theta=¿90^0$ $\Rightarrow$ $sin\theta=¿1$ болса, $M_{max}=p_e\cdot E$

егер $\vec{E}\parallel\vec{p}_e$, яғни $\theta=¿0^0$ $\Rightarrow$ $sin\theta=¿0$ болса, $M_{m\in ¿=0¿}$

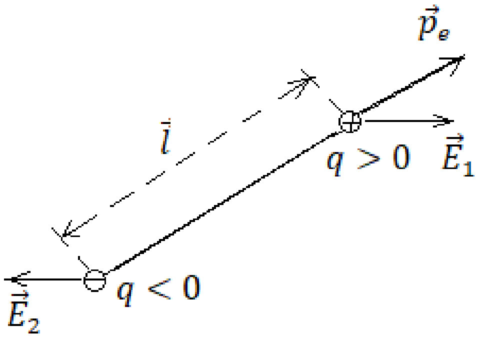


1.18-сурет

Егер дипольді біртекті емес ($\vec{E}\neq$const) электр өрісіне орналастырса, оған өріс тарапынан күш моментінен басқа екінші күш әсер етеді. Ол күштің шамасы өріс кернеулігінің диполь ұзындығына (l-ге) байланысты өзгерісіне тәуелді болады (1.19-сурет). $\vec{F}=\vec{F}_1-\vec{F}_2=q\cdot(\vec{E}_1-\vec{E}_2)$

мұндағы: $\vec{E}_1$ және $\vec{E}_2$ дипольдің зарядтары тұрған нүктелердегі өріс кернеулігі, ол кернеуліктердің өзгерісі диполь ұзындығына тәуелді деп қарастырып, оның өзгерісін былайша жазуға болады: $\vec{E}_1-\vec{E}_2=l\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial l}\right)$ олай болса,

$$\vec{F} = q \cdot l \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial l} \right) = p_e \cdot \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial l} \right) \tag{1.54}$$



1.19-сурет

(1.54)-өрнекпен анықталатын күштің әсерінен диполь біртекті емес электр өрісіндегі өріс шамасы ең күшті болатын облысқа орналасуға тырысады. Сонымен: *біртекті емес ($\vec{E} \neq const$) электр өрісінде дипольге өріс тарапынан екі әсер: дипольді айналдыруға тырысатын күш моменті және оны өрістің ең көп мән алатын облысына жылжытуға тырысатын күш әсер етеді.*

Бақылау сұрақтары

1. Нүктелік заряд ұғымын түсіндіріңіз. Зарядтың сақталу заңының физикалық мағынасын ашыңыз.
2. Кулон тәжірибесінің негізін баяндаңыз. Кулон заңын түсіндіріңіз.
3. Электр өрісінің ерекшеліктері мен электростатикалық өрістің кернеулік векторы туралы баяндаңыз.
4. Электр өрісінің күш сызықтарының қасиеттеріне талдау жасаңыз.
5. Вакуумдағы электростатикалық өріс үшін Остроградский-Гаусс теоремасының физикалық мағанасын ашыңыз.
6. Вакуумдағы электростатикалық өріс үшін Остроградский-Гаусс теоремасын нақты есептер шығаруда қолданылуына мысалдар келтіріңіз.
7. Электрлік диполь түсінігі және оның өрісі туралы пікіріңізді пысықтаңыз.
8. Электр өрісінің потенциалы және оның кернеулік векторымен байланысытуралы ой түйіңіз.