

2. Электромагниттік индукция заңының физикалық мағынасын ашып көрсет.
3. Ленц ережесінің көмегімен индукциялық токтың бағытын анықтауға мысалдар келтір.
4. Фуко тогының пайда болу механизмін түсіндір.
5. Скин-эффект құбылысының механизмін түсіндір.
6. Өздік индукция және өзара индукция құбылыстарының ерекшеліктерін ашып көрсет.
7. Магнит өрісінің энергиясының өрнегін қорытып шығар.

## Лекция № 10. Электромагниттік өріс.

10.1 Құйынды электр өрісі.

10.2 Ығысу тогы. Максвелл болжамы.

10.3 Максвелл теңдеулері және оның құндылығы.

*10.1 Құйынды электр өрісі.* XIX ғасырдың екінші жартысына дейін электр және магнит өрістері жөніндегі жинақталған ғылыми мәліметтер мен эксперименттердің нәтижелерін қорытындылай келе, бұл өрістер туралы Фарадей идеяларын негізге ала отырып ағылшын физигі әрі математигі Джеймс Клерк Максвелл зарядтар мен токтар жүйесі туғызатын электромагниттік өрістің бірыңғай теориясын жасады. Максвеллдің электромагниттік өріс теориясының негізін «[Максвелл теңдеулері](#)» деп аталатын төрт дифференциалдық теңдеулері құрайды.

Фарадейдің электромагниттік индукция құбылысына ғылыми талдау жасай келе Максвелл: «*Магнит өрісінің кез келген өзгерісі қоршаған кеңістікте құйынды электр өрісін туғызады*» деген деген болжам жасады.

Заряд тудыратын электр өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы нөлге тең:

$$\oint_L \vec{E}_q \cdot d\vec{l} = \oint_L E_{ql} \cdot dl = 0 \quad (10.1)$$

Айнымалы магнит өрісі электр өрісін тудырады, ол өрістің кернеулік векторының циркуляциясы:

$$\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = \oint_L E_{Bl} \cdot dl = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (10.2)$$

мұндағы:  $E_{Bl}$  -  $\vec{E}_B$  векторының  $d\vec{l}$  бағытына проекциясы.

Егер ток жүретін контур мен магнит ағыны қиып өтетін бет қозғалмайтын болса, онда магнит ағынының өрнегін ( $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ ) (10.1)-өрнекке қойғанда:

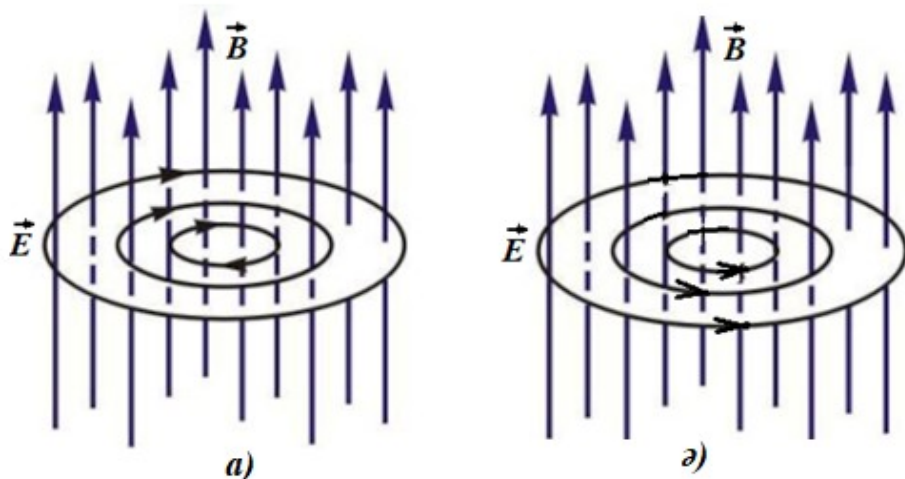
$$\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (10.3)$$

(10.3)-өрнектен көрініп тұрғандай айнымалы магнит өрісі тудыратын электр өрісі кернеулік векторының циркуляциясы нөлден өзгеше.

Кернеулік векторының циркуляциясы нөлге тең болатын өріс потенциалды өріс, ал кернеулік векторының циркуляциясы нөлден өзгеше болатын өріс құйынды өріс болып табылады. Олай болса, айнымалы магнит өрісі тудыратын электр өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы нөлден өзгеше болатындықтан, бұл өріс құйынды электр өрісі деп аталады.

Потенциалды өрістің тағы да бір ерекшелігі оның күш сызықтарының басы-аяғы болуында, яғни оң зарядтан басталады, теріс зарядта аяқталады. Ал құйынды өрістің күш сызықтарының басы-аяғы жоқ, тұйықталған болады, сондықтан айнымалы магнит өрісі тудыратын электр өрісінің күш сызықтары тұйықталған болуы шарт.

Кеңістіктің кез келген нүктесіндегі магнит өрісі индукциясының ( $\frac{d\vec{B}}{dt}$ ) өзгерісі құйынды электр өрісін тудырады. Құйынды электр өрісінің күш сызықтары магнит өрісінің күш сызықтарына перпендикуляр және оны қоршап жатқан концентрлі шеңберлер түрінде болады (10.1-сурет).



10.1-сурет

Егер магнит өрісі индукциясының шамасы артса ( $\frac{d\vec{B}}{dt} > 0$ ) құйынды электр өрісі кернеулік векторы сызықтары сол бұранда ережесімен (10.1 а-сурет), ал магнит өрісі индукциясының шамасы кемісе ( $\frac{d\vec{B}}{dt} < 0$ ) құйынды электр өрісі кернеулік векторы сызықтары оң бұранда ережесімен анықталады (10.1 ә-сурет).

Сонымен, электр өрісін санақ жүйесіне қатысты тыныштықтағы заряд тудыратын болса, электр өрісі потенциалды, ал электр өрісін уақыт өтуімен өзгертін магнит өрісі тудырса, электр өрісі құйынды болады. Құйынды электр өрісінің күш сызықтары магнит өрісінің күш сызықтарына перпендикуляр және оны қоршап жатқан концентрлі шеңберлер.

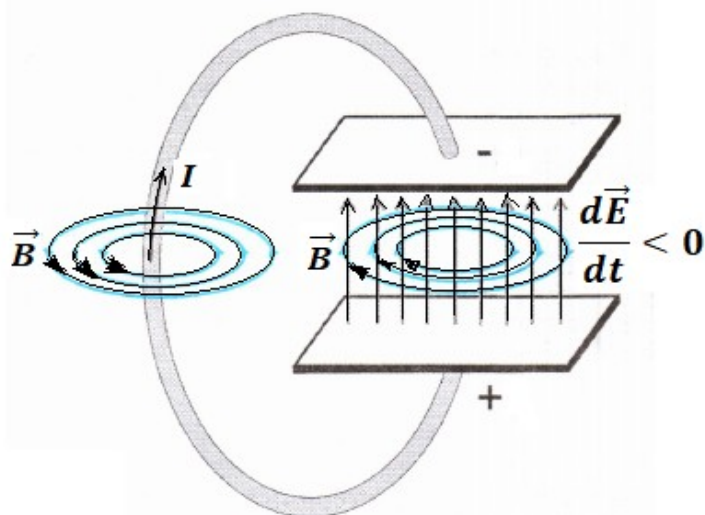
**10.2 Ығысу тогы. Максвелл болжамы.** Электр өрісінің көзі ретінде екі себепті атауға болады: электр өрісін электр заряды және айнымалы магнит өрісі тудырады. «Магниттік заряд деген табиғатта жоқ» деген идеяның авторы Максвелл «Магнит өрісін тек қозғалыстағы заряд (өткізгіштік ток) қана туғызады ма, әлде оның басқа да көзі болуы мүмкін бе?» деген сұраққа жауап

ізеді. Максвелл «Айнымалы магнит өрісі қоршаған кеңістікте құйынды электр өрісін тудырса, онда оған кері құбылыста болу керек, яғни электр өрсінің кез келген өзгерісі қоршаған ортада құйынды магнит өрісін тудыру қажет» деп болжады.

Осы сұрақтарға жауап іздеу барысында диэлектрик толтырылған зарядталған конденсатор астарларын бір-біріне өткізгіш арқылы жалғағанда байқалатын электр разрядты құбылысы бақыланды (10.2-сурет).

Эксперимент барысында конденсатордың разрядталуы кезінде өте аз уақыт аралығында өткізгіш бойымен конденсатордың бір астарынан екінші астарына қарай бағытталған уақыт бойынша өзгертін өткізгіштік ток жүреді де, ол айнымалы магнит өрісін тудырады. Өткізгіштік ток конденсатор астарларының арасында үзілгенімен, эксперимент барысында конденсатор астарларының арасындағы диэлектрик қабатта айнымалы магнит өрісі пайда болғандығы байқалды.

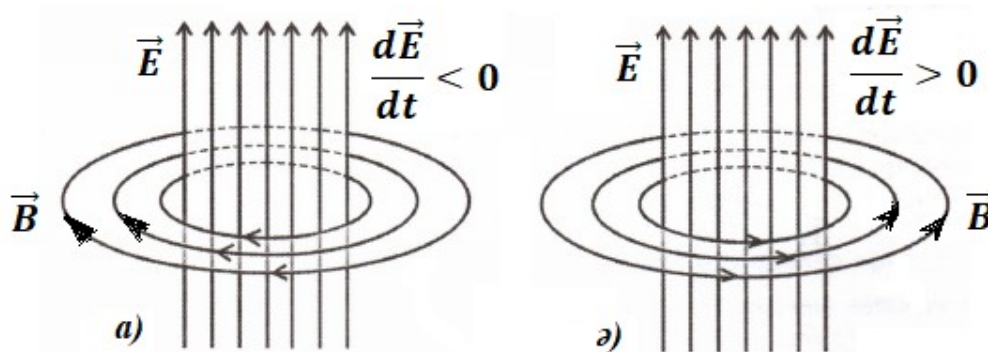
Эксперименттің нәтижесін талдай келе Максвелл «Электр өрісі жағдайындағы сияқты магнит өрісінің көзі ретінде де екі себепті атауға болады. Магнит өрісін қозғалыстағы электр зарядымен (өткізгіштік ток) қатар, айнымалы электр өрісі (ығысу тогы) де тудырады» деген тұжырымға келді.



10.2-сурет

Сонымен, уақыт өтуімен өзгертін электр өрісі айнымалы магнит өрісін тудырады. Пайда болған айнымалы магнит өрісі құйынды болғандықтан, оның күш сызықтары басы-аяғы жоқ, тұйықталған болуы шарт.

Кеңістіктің кез келген нүктесіндегі айнымалы электр өрісі кернеулік векторының  $(\frac{d\vec{E}}{dt})$  өзгерісі айнымалы магнит өрісін тудырады. Пайда болған өрістің күш сызықтары электр өрісінің күш сызықтарына перпендикуляр және оны қоршап жатқан концентрлі шеңберлер түрінде болады (10.3-сурет).



10.3-сурет

Егер айнымалы электр өрісі кернеулігінің шамасы кемісе ( $\frac{d\vec{E}}{dt} < 0$ ) пайда болатын айнымалы магнит өрісі индукция векторының ( $\vec{B}$ ) бағыты электр өрісі кернеулік векторы бағытымен сол бұранда ережесімен (10.3 а-сурет), ал айнымалы электр өрісі кернеулігінің шамасы артса ( $\frac{d\vec{E}}{dt} > 0$ ) пайда болатын айнымалы магнит өрісі индукция векторының ( $\vec{B}$ ) бағыты электр өрісі кернеулік векторы ( $\vec{E}$ ) бағытымен оң бұранда ережесімен (10.3 ә-сурет) анықталады.

Айнымалы электр өрісі мен олар тудыратын айнымалы магнит өрісі арасындағы сандық қатынасты сипаттау үшін Максвелл «ығысу тогы» деп аталатын ұғым ендірілді. Айнымалы электр өрісі ығысу тогының пайда болуының жеткілікті шарты болып табылады. Электр тізбегіндегі зарядталып, қайта разрядталып отыратын конденсатор астарларының арасындағы айнымалы электр өрісі арқылы ығысу тогы жүреді, соның салдарынан айнымалы магнит өрісі де туады.

Конденсатор астарларының арасындағы ығысу тогының тығыздығы ( $\vec{j}_{\text{ыз}}$ ) өткізгіштегі өткізгіштік ток тығыздығына ( $\vec{j}$ ) шама жағынан тең болады:

$$j = j_{\text{ыз}} = \frac{d\sigma}{dt} \quad (10.4)$$

мұндағы:  $\sigma$  - конденсатор астарындағы зарядтың беттік тығыздығы.

Электр өрісінің индукциясы (ығысуы) мен кернеулігі арасындағы байланыс:  $D = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E$  (10.5)

ал конденсатор астарларындағы өріс кернеулігі:  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}$  (10.6)

(10.6)-өрнекті (10.5)-өрнекке қойғанда:  $D = \sigma$  (10.7)

(10.7)-өрнектен конденсатор астарларының арасындағы электр өрісі индукциясының уақыт бойынша өзгерісі астарлардағы зарядтың беттік тығыздығының уақыт бойынша өзгерісіне сан жағынан тең болатындығы шығады:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \quad (10.8)$$

(10.4)-өрнекке (10.8)-өрнекті апарып қойғанда:  $j_{\text{ыз}} = \frac{dD}{dt}$  (10.9)

(10.9)-өрнектен: ығысу тогы деп электр өрісі индукция векторының өзгеру жылдамдығын айтады.

Жалпы жағдайда өткізгіштік тогы мен ығысу тогы кеңістікте бірге жүреді, сондықтан Максвелл өткізгіштік тогы мен ығысу тогының қосындысына тең болатын толық ток ұғымын енгізді:

$$\vec{j}_{\text{толық}} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{ыз}} \quad (10.10)$$

**10.3 Максвелл теңдеулері және оның құндылығы.** Максвелл Фарадей ашқан электромагниттік индукция заңы мен толық ток заңдарын жалпылай келе төрт теңдеулер арқылы электромагниттік өрістің бірыңғай теориясын жасады.

**Максвелдің 1-теңдеуі.** Электр өрісін электр заряды және айнымалы магнит өрісі тудырады, яғни электр өрісі потенциалды ( $\vec{E}_q$ ) және құйынды ( $\vec{E}_B$ ) болуы мүмкін, қорытқы өрістің кернеулігі:  $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$ .  $\vec{E}_q$  векторының

циркуляциясы нөлге тең ( $\oint_L \vec{E}_q \cdot d\vec{l} = 0$ ), ал  $\vec{E}_B$  векторының циркуляциясы нөлден

өзгеше ( $\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ ), сонда қорытқы өрістің кернеулік векторының

циркуляциясы  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E}_q \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ , яғни:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (10.11)$$

(10.11)-өрнек электр өрісін тек электр заряды ғана емес, сонымен қатар уақыт бойынша өзгеретін магнит өрісі де тудыратынын көрсетеді.

(10.11)-өрнек интегралдық түрде жазылған Максвелдің бірінші теңдеуі деп аталады.

Стокс теоремасы көмегімен тұйық контур бойынша алынған интегралдан бет бойынша алынған интегралға көшуге болады. Кез келген  $\vec{a}$  векторы үшін

Стокс теоремасы былайша жазылады:  $\oint_L \vec{a} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{a} \cdot d\vec{S}$

Стокс теоремасын пайдаланып, (10.11)-өрнектің сол жағын былайша ауыстыруға болады:  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S}$

Сонда (10.11)-өрнек мына  $\int_S \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$  түрге келеді. Бұл өрнекті

ықшамдап, келесі түрде жазуға болады:  $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  (10.12)

(10.12)-өрнек дифференциалдық түрде жазылған Максвелдің бірінші теңдеуі болып табылады.

**Максвелдің 2-теңдеуі.** Ығысу тогын ескере отырып, Максвелл толық ток заңын ( $\vec{j}_{\text{толық}} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{ыз}}$ ) жалпылап, оның теңдеуін мына түрде жазды:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{\text{толық}} \cdot d\vec{S} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad (10.13)$$

(10.13)-өрнек интегралдық түрде жазылған Максвелдің екінші теңдеуі деп аталады. Бұл өрнек магнит өрісін қозғалыстағы заряд немесе айнымалы электр өрісі тудыратындығын көрсетеді.

Стокс теоремасын пайдаланып, (10.13)-өрнектің сол жағын былайша ауыстыруға болады:  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{H} \cdot d\vec{S}$

Сонда (10.13)-өрнек мына  $\int_S \text{rot } \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$  түрге келеді. Бұл өрнекті ықшамдап, мына түрде жазуға болады:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (10.14)$$

(10.14)-өрнек дифференциалдық түрде жазылған Максвелдің екінші теңдеуі болып табылады.

*Максвелдің 3-теңдеуі.* Электр өрісінің ығысу векторының ағыны немесе диэлектрик өрісі үшін Остроградский-Гаусс теоремасы:

$$\oint \vec{D}_n dS = q \quad (10.15)$$

(10.15)-өрнек интегралдық түрде жазылған Максвелдің үшінші теңдеуі деп аталады.

Гаусс теоремасы көмегімен тұйық бет бойынша алынған интегралдан көлем бойынша алынған интегралға көшуге болады. Кез келген  $\vec{a}$  векторы үшін Гаусс теоремасы былайша жазылады:  $\oint_S \vec{a} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{a} \cdot d\vec{V}$

Гаусс теоремасын пайдаланып, (10.15)-өрнектің сол жағын былайша ауыстыруға болады:  $\oint \vec{D}_n dS = \int_V \text{div } \vec{D} \cdot d\vec{V}$

Сонда (10.15)-өрнек мына  $\int_V \text{div } \vec{D} \cdot d\vec{V} = q$  түрге келеді.

мұндағы:  $q = \int_V \rho \cdot dV$  екендігін ескерсе:  $\int_V \text{div } \vec{D} \cdot d\vec{V} = \int_V \rho \cdot dV$

Бұл өрнекті ықшамдап, мына түрде жазуға болады:

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (10.16)$$

(10.16)-өрнек дифференциалдық түрде жазылған Максвелдің үшінші теңдеуі болып табылады.

*Максвелдің 4-теңдеуі.* Айнымалы магнит өрісі үшін Остроградский-Гаусс теоремасы:

$$\oint \vec{B}_n dS = 0 \quad (10.17)$$

(10.17)-өрнек интегралдық түрде жазылған Максвелдің төртінші теңдеуі деп аталады.

Гаусс теоремасын пайдаланып, (10.17)-өрнектің сол жағын былайша ауыстыруға болады:  $\oint \vec{B}_n dS = \int_V \text{div } \vec{B} \cdot d\vec{V}$ .

Сонда (10.17)-өрнек мына  $\int_V \text{div } \vec{B} \cdot d\vec{V} = 0$  түрге келеді. Бұл өрнекті ықшамдап, мына түрде жазуға болады:



$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (10.18)$$

(10.18)-өрнек дифференциалдық түрде жазылған Максвелдің төртінші теңдеуі болып табылады.

Максвелдің теңдеулерінен келесідей қорытынды жасауға болады: *электр өрісін зарядтар немесе айнымалы магнит өрісі тудырады, сол сияқты магнит өрісін тогы бар өткізгіш (қозғалыстағы заряд) немесе айнымалы электр өрісі тудырады. Электр және магнит өрістері бір-бірімен өте тығыз байланысқан құйынды өрістер туғызады.*

Максвелл өзінің электромагниттік теориясының негізі болатын төрт теңдеулерінің шешімін іздегенде зарядтардың электромагниттік қасиеттерін сипаттайтын диэлектрлік өтімділік ( $\epsilon$ ), магнит өтімділігі ( $\mu$ ) және меншікті өткізгіштік ( $\gamma$ ) деп аталатын шамаларды енгізе отырып, өзара байланысқан мына теңдеулерді ескеру қажеттігін тұжырымдады:

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H} \quad \text{және} \quad \vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$$

Сонымен, Максвелдің электромагниттік теориясының негізін құрайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесі келесідей түрде жазылады:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \end{cases} \quad (10.19)$$

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho \end{cases} \quad (10.20)$$

Максвелге дейін электр және магнит өрістері жеке өрістер ретінде қарастырылып келсе, Эрстед пен Фарадей ол өрістердің арасында байланыс болатындығын баяндаса, Максвелл электромагниттік өріс теориясын сипаттайтын теңдеулер жүйесі арқылы электр және магнит өрістерінің бір-бірімен тығыз байланысты және олар жеке, бір-біріне тәуелсіз түрде пайда бола алмайтын, бірін-бірі тудыратын біртұтас өріс екендігін көрсете білді.

Электромагниттік өріс теориясын сипаттайтын теңдеулер жүйесін талдай келе Максвелл «Электромагниттік өріс кеңістікте электромагниттік толқын түрінде тарай алады» деген теориялық болжам жасады. Кейінірек бұл болжамның дұрыс екендігін көптеген эксперименттер дәлелдеді.

### Бақылау сұрақтары

1. Құйынды электр өрісінің пайда болу себебі не?
2. Құйынды электр өрісінің электростатикалық өрістен айырмашылығы неде?
3. Құйынды электр өрісінің циркуляциясы неге тең?
4. Ығысу тогы ұғымы неліктен енгізіледі? Ығысу тогының өрнегін түсіндіріңдер.
5. Магнит өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы туралы жалпыланған теореманың физикалық мағынасын түсіндіріңдер.

6. Максвелл теңдеулерінің толық жүйесін интегральдық және дифференциальдық түрде жазыңдар.

### **Лекция № 11. Электромагниттік тербелістер.**

11.1 Электромагниттік тербелістер. Тербелмелі электр контуры.

11.2 Өшетін электромагниттік тербелістер.

11.3 Контурдағы еріксіз электромагниттік тербелістер. Резонанс.

11.4 Айнымалы электр тогы.

11.5 Айнымалы ток тізбегі үшін Ом заңы. Векторлық диаграммалар.

11.6 Айнымалы токтың қуаты. Электр энергиясын тасымалдау. Трансформатор.

*11.1 Электромагниттік тербелістер. Тербелмелі электр контуры.* Сыйымдылығы  $C$  конденсатордан және индуктивтілігі  $L$  шарғыдан (катушкадан) тұратын қарапайым электр тізбегі *тербелмелі контур* деп аталады (11.1-сурет).