

Лекция №6. Тұрақты магнит өрісі

- 6.1 Тұрақты токтың магнит өрісі. Магнит өрісінің индукция векторы. Ампер күші.
- 6.2 Екі параллель токтардың өзара әсерлесуі. Ампер заңы.
- 6.3 Магнит өрісінің индукция векторының ағыны. Магнит өрісі үшін Остроградский-Гаусс теоремасы.
- 6.4 Магнит өрісінде тогы бар өткізгіш орын ауыстырғанда өрістің атқаратын жұмысы.
- 6.5 Био-Савар-Лаплас заңы және оны қарапайым магнит өрістерін анықтауда қолдану.
- 6.6 Магнит өрісінің кернеулік векторы. Магнит өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы. Толық ток заңы.
- 6.7 Соленоидтағы және тороидтағы токтың магнит өрісі.

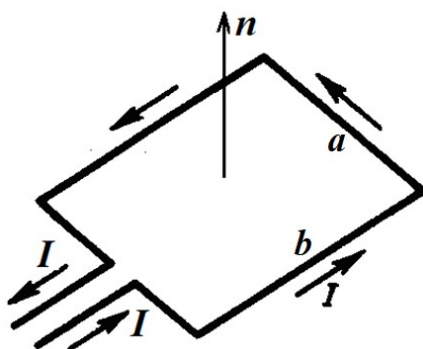
6.1 Тұрақты токтың магнит өрісі. Магнит өрісінің индукция векторы. Ампер күші. Зарядталған денелердің өзара әсерлесетіндігі сияқты тұрақты магниттердің бір-бірімен және темірмен әсерлесетіндігі, яғни электр зарядын қоршаған ортада электр өрісі болатыны сияқты тұрақты магниттерді қоршаған ортада да өрістің ерекше түрі - магнит өрісі пайда болатындығы ертеден белгілі болған. Бұл өрістердің бір-бірінен негізгі ерекшелігі электр өрісі тыныш тұрған зарядқа да әсер ете алатындығы, ал магнит өрісі тыныш тұрған зарядқа әсер етпейтіндігі, тек қозғалыстағы зарядтарға ғана әсер ете алатындығы.

Дания елінің физигі Эрстед 1820 жылы өткізгіш бойымен ток жүргенде оның маңындағы магниттік тілшенің бұрылатындығын, магнит тілшенің бұрылуы өткізгіштің пішініне, оның орналасуына және өткізгіш бойымен жүретін токтың шамасы мен бағытына тәуелді болатындығын байқады. Бұл тәжірибелер Эрстед тәжірибелері деген атпен белгілі. Электрлік және магниттік құбылыстардың арасында байланыс болатындығын көрсеткен Эрстедтің бұл тәжірибелері нәтижесі басқа ғалымдарды да қызықтырып, осы бағытта көптеген эксперименттер жүргізіле бастады. Сондай эксперименттердің бірін француз физигі Ампер жасады. Ол тұрақты магнит өрісіне енгізілген тогы бар өткізгішке магнит өрісі тарапынан болатын әсерден өткізгіштің орын ауыстыратындығын және тогы бар өткізгіштердің бір-біріне әсер ететіндігін байқады. Олай болса, тогы бар өткізгіштер бір-бірімен магнит өрісі арқылы әсерлеседі.

Сонымен тыныш тұрған зарядтың маңында пайда болатын өріс – электр өрісі, ал қозғалыстағы зарядтың (тогы бар өткізгіштің) маңында пайда болатын өріс – магнит өрісі деп аталады.

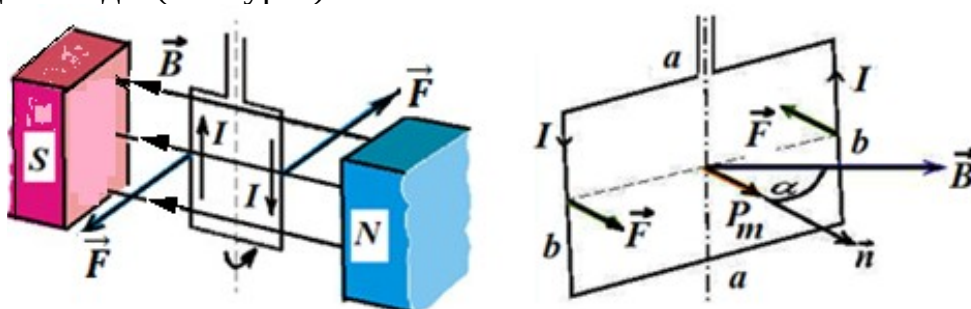
Электр өрісінің қасиеттерін зерттеу үшін «сыншы заряд» моделі қолданылғаны сияқты магнит өрісінің қасиеттерін зерттеу үшін «тогы бар жазық тұйық контур» деген модель қолданылады, яғни магнит өрісінің осы жазық тұйық контурға әсері арқылы магнит өрісінің қасиеттері анықталады.

Тогы бар жазық тұйық контур деп өлшемдері магнит өрісін тудыратын нысанға (тогы бар өткізгіштерге) дейінгі қашықтықпен салыстырғанда өте аз, магнит өрісінің қасиеттерін анықтау үшін қолданылатын тогы бар тұйық өткізгішті айтады.



6.1-сурет

Контурдағы ток бағыты оң бұранда сабының айналу бағытына сәйкес келгенде бұранда ұшының ілгерілімелі қозғалысының бағытына контурға тұрғызылған нормаль бағыты сәйкес келсе мұндай нормаль оң нормаль деп аталады (6.1-сурет). Қабырғаларының ұзындықтары a және b тогы бар тұйық контур тұрақты магнит өрісіне ендірілгенде контурдың оң нормалі магнит өрісінің күш сызықтарына α бұрыш жасаса, онда контурды тепе-теңдік қалыпқа, яғни күш сызықтарының бағыты мен оң нормаль бағыты сәйкес келтіруге тырысатын бағыттаушы күштер әсер етеді де, айналдырушы моменті пайда болады (6.2-сурет).



6.2-сурет

Магнит өрісі тарапынан контурға әсер етуші бағыттаушы күштердің күш моментінің шамасы магнит өрісін тудырушы токтардың шамасына, олардың орналасуына және тұйық жазық контурдың өлшемдері мен бағытына, сол сияқты контурдағы токтың күшінің шамасына тәуелді болады.

Магнит өрісі тарапынан контурға әсер етуші айналдырушы моменттің шамасы:

$$M = IB \cdot ab \cdot \sin \alpha \quad (6.2)$$

мұндағы: $S=ab$ – контурмен шектелген беттің ауданы; \vec{B} - магнит өрісінің күштік сипаттамасы болып табылады, магнит өрісінің индукция векторы деп аталады.

Тоғы бар тұйық жазық контурдың магнит моментінің (\vec{p}_m) бағыты оң нормаль (\vec{n}) бағытымен сәйкес келеді, ал модулі $p_m=I \cdot S=I \cdot ab$ (6.3)

$$(6.3)\text{-өрнекті ескерсек, (6.2)-өрнек: } M=p_m \cdot B \cdot \sin \alpha \quad (6.4)$$

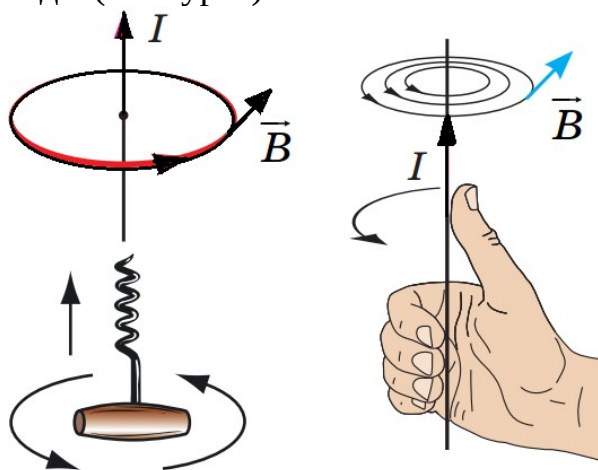
$$(6.3)\text{-өрнектің векторлық түрде жазылуы: } \vec{p}_m=I \cdot S \cdot \vec{n} \quad (6.3^*)$$

$$(6.4)\text{-өрнектің векторлық түрде жазылуы: } \vec{M}=[\vec{p}_m \cdot \vec{B}] \quad (6.4^*)$$

(6.4)-өрнектен тоғы бар тұйық контурды тұрақты магнит өрісіне ендіргенде пайда болатын айналдырушы моменттің шамасы оң нормаль мен индукция векторы арасындағы бұрышқа тәуелді болатындығы көрінеді. Егер оң нормаль мен индукция векторы арасындағы бұрыш $\alpha=\frac{\pi}{2}$, яғни $\vec{n} \perp \vec{B}$ болса, айналдырушы моменттің шамасы ең үлкен мәнге (M_{max}) ие болады, ал егер Егер оң нормаль мен индукция векторы арасындағы бұрыш $\alpha=0$, яғни $\vec{n} \parallel \vec{B}$ болса, айналдырушы моменттің шамасы нөлге тең ($M=0$) болады.

Оң нормаль мен индукция векторы арасындағы бұрыш $\alpha=\frac{\pi}{2}$ болған жағдайда ($\sin \frac{\pi}{2}=1$) $B=\frac{M_{max}}{p_m}$ (6.5)

Магнит өрісінің индукция векторының бағыты контурға түсірілген оң нормальдың бағытымен сәйкес келеді, яғни оң бұранда немесе оң қол ережесімен анықталады (6.3-сурет).

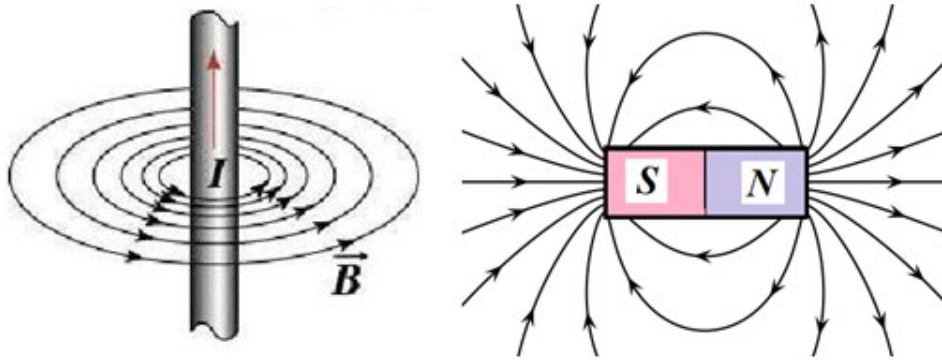


6.3-сурет

Магнит өрісінің күш сызықтары деп өрістің кез келген нүктесіне жүргізілген жанама сол нүктедегі индукция векторымен бағыттас болатын (өріс бағытына сәйкес келетін) сызықтарды айтады.

Магнит өрісінің күш сызықтары басы мен аяғы жоқ, тұйықталған болады. Күш сызықтары тұйықталған өрісті құйынды өріс деп атайды, магнит өрісі құйынды өріске жатады.

Түзу токтың магнит өрісінің күш сызықтары оны қоршап жатқан концентрлі шеңберлер, ал тұрақты магниттің магнит өрісінің күш сызықтары солтүстік полюстен шығып оңтүстік полюске еніп жатады (6.4-сурет).



6.4-сурет

Магнит өрісіне тогы бар өткізгіш ендірілгенде оның актив бөлігіне магнит өрісі тарапынан күш әсер етеді. Өткізгіштің элементар $d\vec{l}$ ұзындығына магнит өрісі тарапынан әсер ететін элементар күш: $d\vec{F} = I \cdot [d\vec{l} \cdot \vec{B}]$ (6.6)

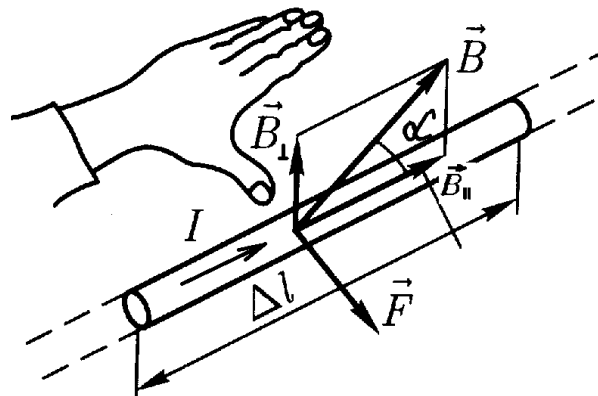
$$\text{Бұл күштің модулі: } dF = I \cdot B \cdot dl \cdot \sin \alpha \quad (6.6^*)$$

мұндағы: α - $d\vec{l}$ және \vec{B} векторларының арасындағы бұрыш.

(6.6*)-өрнекті өткізгіштің Δl бойынша интегралдағанда:

$$F = I \cdot B \cdot \Delta l \cdot \sin \alpha \quad (6.7)$$

Модулі (6.7)-өрнекпен анықталатын магнит өрісі тарапынан тогы бар өткізгішке әсер ететін бұл күш Ампер күші деп аталады. Ампер күшінің бағыты сол қол ережесімен анықталады. Сол қол ережесі былайша тұжырымдалады: егер сол қолды магнит өрісі индукция векторының перпендикуляр құраушысы алақанға енетіндей, ал созылған төрт саусақты токтың бағытымен сәйкес келетіндей етіп орналастырса, 90° бұрылған басбармақ бағыты магнит өрісі тарапынан тогы бар өткізгішке әсер ететін Ампер күшінің бағытына сәйкес келеді (6.5-сурет).



6.5-сурет

Егер $d\vec{l}$ және \vec{B} векторларының арасындағы бұрыш $\alpha = \frac{\pi}{2}$ тең болса, Ампер күші максимал мәнге ие болады. Сонда магнит өрісінің индукциясы:

$$\vec{B} = \frac{d\vec{F}_{max}}{I \cdot dl} \quad (6.8)$$

Магнит өрісі индукциясының ХБЖ-да өлшем бірлігі $[B] = \frac{H}{A \cdot m} = Tл$ - Тесла.

6.2 Екі параллель токтардың өзара әсерлесуі. Ампер заңы. Ампер күшін тогы бар екі өткізгіштердің бір-біріне әсер күштерін анықтауда қолдануға болады. Бір-бірінен r қашықтықта орналасқан өзара параллель шексіз ұзын екі түзу өткізгіштер бойымен I_1 және I_2 ток жүрсін. Әрбір өткізгіш өз айналасында магнит өрісін тудырады да бір-біріне Ампер күшімен әсер етеді.

Егер I_1 ток жүретін 1-өткізгіштің тудыратын магнит өрісіне I_2 ток жүретін 2-өткізгішті алып келсе, 1-өткізгіштің магнит өрісі тарапынан 2-өткізгіштің $d\vec{l}$ элементіне dF_{12} , сол сияқты 2-өткізгіштің магнит өрісі тарапынан 1-өткізгіштің $d\vec{l}$ элементіне dF_{21} әсер етеді (6.6-сурет). Ол күштер сәйкесінше:

$$dF_{12} = B_2 \cdot I_1 \cdot dl \quad \text{және} \quad dF_{21} = B_1 \cdot I_2 \cdot dl$$

мұндағы: токтардың магнит өрісінің индукциясы сәйкесінше:

$$B_1 = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad \text{және} \quad B_2 = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad \text{екендігін ескерсек,}$$

$$dF_{12} = \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot dl \quad \text{және} \quad dF_{21} = \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot dl$$

$$\text{Ньютонның III заңынан: } dF_{12} = dF_{21} = dF = \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot dl$$

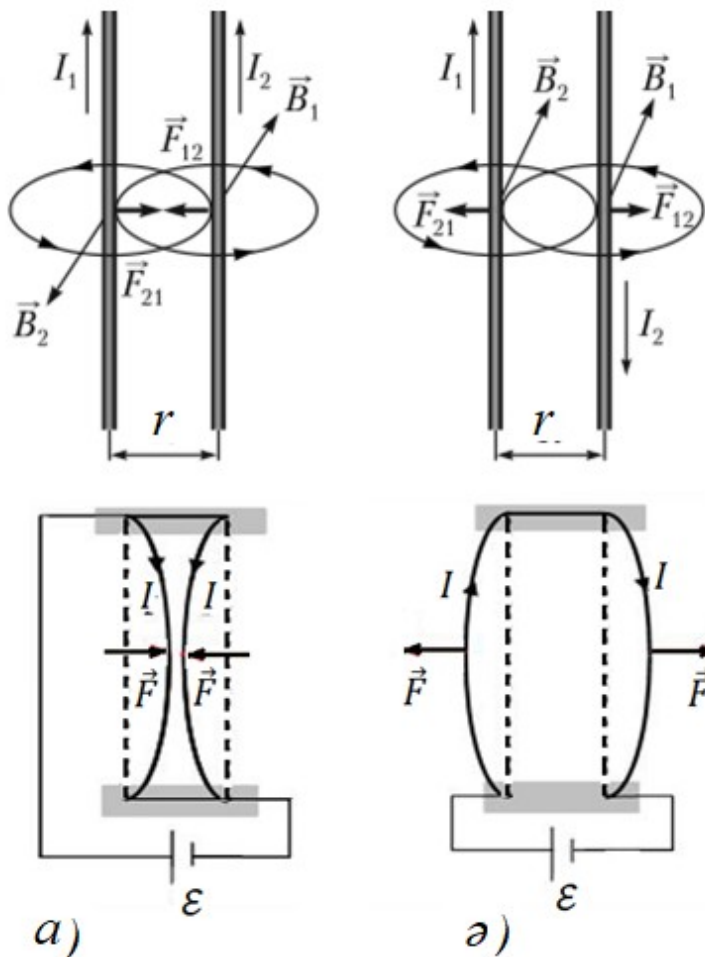
Сонымен өзара параллель тогы бар екі түзу өткізгіштердің dl элементар ұзындығына келетін әсер күші өткізгіштердегі ток күштерінің шамасына тура пропорционал, ал өткізгіштердің арақашықтығына кері пропорционал болатындығын тәжірибелер көрсетті:

$$dF = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{r} dl \quad (6.9)$$

мұндағы: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ - магнит тұрақтысы деп аталады.

(6.9)-өрнек Ампер заңы деп аталады. Бұл заң векторлық түрде былайша

$$\text{жазылады: } d\vec{F} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r^2} [d\vec{l} \cdot \vec{r}] \quad (6.9^*)$$



6.6-сурет

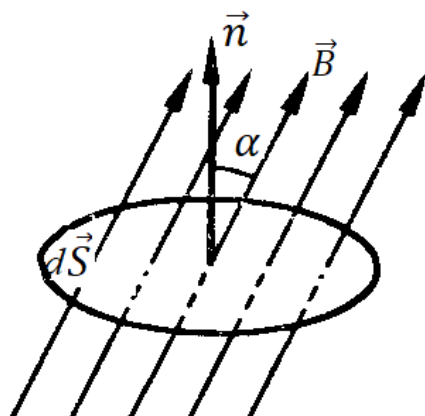
Ампер тәжірибелер нәтижесін талдай келе түзу токтардың өзара әсері бойынша келесідей қорытындылар жасады:

Өзара параллель тогы бар екі түзу өткізгіштердің бойымен бір бағытта токтар жүретін болса, олар бір-біріне тартылады, ал қарама-қарсы бағытта ток жүретін болса, олар бір-бірін тебеді. (6.6-суреттің а және ә жағдайлары).

6.3 Магнит ағыны. Магнит өрісі үшін Остроградский-Гаусс теоремасы. Электр өрісінің күш сызықтары сияқты магнит өрісінің күш сызықтары индукция векторының бағытын көрсете алғанымен, оның сандық мәнін сипаттай алмайды. Күш сызықтары арқылы индукция векторының шамасын анықтау үшін индукция векторының шамасын жүргізілген күш сызықтарының санымен байланыстыру қажет, яғни өрістің индукция векторының шамасы көп аймақтарда күш сызықтарын жиі, ал өрістің индукция векторының шамасы аз аймақтарда күш сызықтарын сирек жүргізілуі шарт. Осы мақсатта күш сызықтарының ағыны деген шама енгізіледі.

Магниттік индукция векторының dS аудан арқылы өтетін ағыны деп *сол бетті қиып өтетін магнит өрісінің күш сызықтарының санын сипаттайтын физикалық скаляр шаманы айтады:* $d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_n \cdot dS$ (6.10)

мұндағы: $B_n = B \cdot \cos \alpha$ - \vec{B} векторының dS ауданға тұрғызылған нормалдың бағытына проекциясы, $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ - модулі dS -ке тең, бағыты \vec{n} нормалмен сәйкес келетін вектор (6.7-сурет).



6.7-сурет

мұндағы: α - \vec{n} мен \vec{B} векторының арасындағы бұрыш. Осы бұрыштың шамасына қарай магнит ағыны оң мәнге немесе теріс мәнге ие болуы мүмкін, яғни магнит ағынының таңбасы \vec{n} нормальдың оң бағытына сәйкес анықталады.

Кез келген S бет арқылы өтетін магнит ағыны мына түрде жазылады:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B_n \cdot dS \quad (6.11)$$

Егер \vec{n} мен \vec{B} векторлары өзара параллель, яғни индукция векторы контур жазықтығына перпендикуляр әрі \vec{n} векторымен бағыттас болса ($\alpha=0$), онда магнит ағыны ең үлкен әрі оң мәнге ие болады: $\Phi_B = B \cdot S > 0$

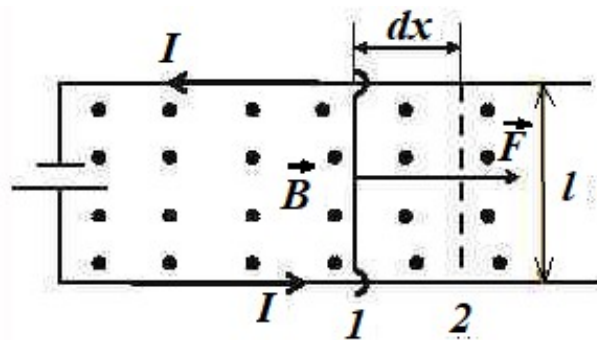
Егер \vec{n} мен \vec{B} векторлары өзара перпендикуляр ($\alpha=90^\circ$), яғни индукция векторы контур жазықтығына параллель болса, онда магнит ағыны нөлге тең болады. Магнит ағыны вебермен (Вб) өлшенеді: $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$.

Кез келген S тұйық бет арқылы өтетін магнит ағыны мына түрде жазылады:

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint B_n \cdot dS = 0 \quad (6.11^*)$$

(6.11*)-өрнек магнит өрісі үшін *Остроградский-Гаусс теоремасы* деп аталады. Магнит өрісі үшін Остроградский-Гаусс теоремасы былайша тұжырымдалады: кез келген тұйық бетті қиып өтетін магнит ағыны нөлге тең болады. Бұл тұжырымнан «Табиғатта магнит зарядтары жоқ, магнит өрісінің күш сызықтары тұйықталған» деген қорытынды жасалады.

6.4 Магнит өрісінде тогы бар өткізгіш орын ауыстырғанда өрістің атқаратын жұмысы. Магнит өрісіне бекітілмеген тогы бар өткізгіш енгізілгенде оған магнит өрісі тарапынан Ампер күші әсер етіп, тогы бар өткізгіш еркін қозғалысқа түседі, яғни магнит өрісіндегі тогы бар өткізгішті орын ауыстыруға мәжбүрлейтін Ампер күші жұмыс атқарады (6.8-сурет).



6.8-сурет

6.8-суретте көрсетілгендей актив бөлігінің ұзындығы l болатын өткізгіштің ұштары мен кернеу көзіне қосылған тізбектің басқа бөліктерін өзара жылжымалы контакті арқылы тұйықтап, оны біртекті және күш сызықтары контур жазықтығына перпендикуляр болатын магнит өрісіне енгізгенде оңға қарай бағытталған Ампер күші ұзындығы l өткізгішті 1-қалыптан 2-қалыпқа қарай dx қашықтыққа жылжытып, жұмыс жасайды. \vec{B} және \vec{F} векторлары өзара перпендикуляр болғандықтан Ампер күші шамасы $F = I \cdot B \cdot l$ өрнегімен анықталады. Осы кезде Ампер күшінің атқаратын элементар жұмысы $\delta A = F \cdot dx = I \cdot B \cdot l \cdot dx$, мұндағы $l \cdot dx = dS$ екендігін ескерсе $\delta A = I \cdot B \cdot dS$

$BdS = d\Phi$ екендігін ескерсе, Ампер күшінің атқаратын элементар жұмысы:

$$\delta A = I \cdot d\Phi \quad (6.12)$$

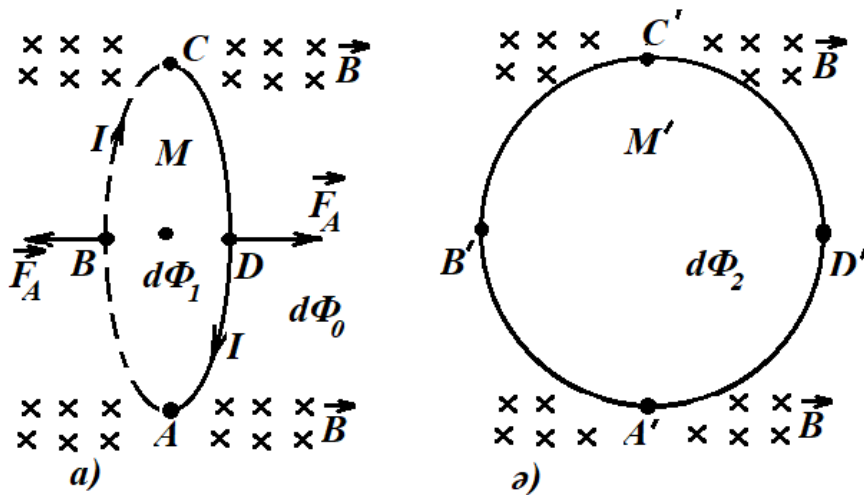
Сонымен, магнит өрісінде тогы бар өткізгіш орын ауыстырғанда Ампер күші атқаратын элементар жұмыс тізбектегі ток күші (I) мен контурдың dS ауданы арқылы өтетін магнит ағынының өзгерісінің ($d\Phi$) көбейтіндісіне тең болады.

Магнит өрісінде тогы бар өткізгіш белгілі бір шекті қашықтыққа орын ауыстырса, онда Ампер күшінің атқаратын жұмысын табу үшін (6.12)-өрнекті интегралдау жеткілікті. $A = I \int d\Phi = I \int B \cdot dS$ (6.13)

Біртекті магнит өрісіне ($\vec{B} = const$) бойымен тұрақты ток жүретін тұйық контурды енгізгенде магнит өрісінің атқаратын жұмысын анықтайық. Тогы бар M тұйық контур магнит өрісі тарапынан болатын әсердің нәтижесінде сурет жазықтығымен аз ғана бұрышқа бұрылып, M' қалыпқа келсін (6.9-сурет).

Контурдағы токтың бағыты сағат тілінің бағытымен сәйкес және сурет жазықтығына перпендикуляр. M тұйық контурды ойша ұштарымен жалғанған ABC және CDA екі өткізгіштердің бірігуінен тұрады деп қарастырайық. Осы жағдайда магнит өрісінде Ампер күштерінің контурды орын ауыстырғанда атқаратын δA жұмысы ABC және CDA екі өткізгіштер орын ауыстырғанда атқаратын δA_1 және δA_2 жұмыстарының алгебралық қосындысына тең болады.

$$\delta A = \delta A_1 + \delta A_2 \quad (6.14)$$



6.9-сурет

Контурдың CDA бөлігіне түсірілетін күштің бағыты орын ауыстыру бағытына сүйір бұрыш жасайтындықтан оң жұмыс жасайды ($\delta A_2 > 0$). Бұл жұмыс келесі өрнекпен сипатталады: $\delta A_2 = I(d\Phi_0 + d\Phi_2)$ (6.15) мұндағы: $d\Phi_0$ - орын ауыстыру кезінде контурдың CDA бөлігін қиып өтетін магнит ағыны; $d\Phi_2$ - M' орынға орналасқаннан кейінгі контурдың CDA бөлігін қиып өтетін магнит ағыны.

Контурдың ABC бөлігіне түсірілетін күштің бағыты орын ауыстыру бағытына доғал бұрыш жасайтындықтан теріс жұмыс жасайды ($\delta A_1 < 0$). Бұл жұмыс келесі өрнекпен сипатталады: $\delta A_1 = -I(d\Phi_0 + d\Phi_1)$ (6.16) мұндағы: $d\Phi_0$ - орын ауыстыру кезінде контурдың ABC бөлігін қиып өтетін магнит ағыны; $d\Phi_1$ - бастапқыда M орынға орналасқан кездегі контурдың ABC бөлігін қиып өтетін магнит ағыны.

$$(6.15), (6.16)\text{-өрнектерді (6.14)\text{-өрнекке қойғанда: } \delta A = I(d\Phi_2 - d\Phi_1)$$

мұндағы: $d\Phi_2 - d\Phi_1 = d\Phi'$ - тогы бар контурмен шектелген ауданды қиып өтетін магнит ағынының өзгерісі деп белгілесек: $\delta A = I \cdot d\Phi'$ (6.17)

(6.17)-өрнекті интегралдау арқылы магнит өрісінде контурдың шекті еркін орын ауыстыруы кезінде Ампер күшінің атқаратын жұмысын табуға болады:

$$A = I \cdot \Phi \quad (6.18)$$

Сонымен: магнит өрісінде тогы бар тұйық контур орын ауыстырғанда өрістің атқаратын жұмысы контурдағы ток күшінің магнит ағынының өсімшесіне көбейтіндісіне тең болады.

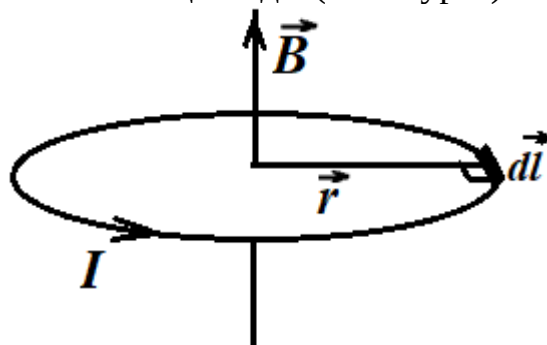
6.5 Био-Савар-Лаплас заңы және оны қарапайым магнит өрістерін анықтауда қолдану. 1820 жылы француз физиктері Ж.Био және Ф.Савар бірнеше эксперименттер жасау арқылы ұзын түзу токтың магнит өрісі индукциясының шамасы токтан қарастырылатын нүктеге дейінгі қашықтыққа кері пропорционал екендігін анықтады. Ж.Био және Ф.Савардың тәжірибелерінің нәтижесіне сүйене отырып Лаплас кез келген пішінді тогы бар өткізгіштің магнит өрісінің қарастырылатын нүктедегі индукция векторының

шамасын анықтайтын заңды тұжырымдады. Бұл заң Био-Савар-Лаплас заңы деп аталады, оның математикалық өрнегі:
$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot [d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3} \quad (6.19)$$

(6.10)-өрнекті скаляр түрде былай жазады:
$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{r^2} \cdot \sin \alpha \quad (6.19^*)$$

мұндағы: μ – ортаның магниттік қасиетін сипаттайтын салыстырмалы магнит өтімділігі деп аталатын пропорционалдық коэффициент.

Био-Савар-Лаплас заңы электромагниттік құбылыстар үшін негізгі заң болып табылады, $d\vec{B}$ магнит өрісі индукциясы векторының бағыты ток элементі dl мен \vec{r} векторы жатқан жазықтыққа перпендикуляр болады, яғни $d\vec{B}$ магнит өрісі индукциясы векторының бағыты жоғарыда айтылғандай оң бұранда немесе оң қол ережесімен анықталады (6.10-сурет).



6.10-сурет

Өрісі анықталатын нүктедегі өрістің қорытқы магнит индукциясы векторының шамасы суперпозиция принципі ережесіне сәйкес, яғни ток элементтерінің сол нүктедегі магнит индукциясы векторларының қосындылары ретінде анықталады.

$$B = \int_l d B_i \quad (6.20)$$

Био-Савар-Лаплас заңын кейбір симметриялы пішінді тогы бар өткізгіштердің магнит өрісінің индукциясын анықтауда қолдануларына мысалдар қарастырайық.

1. Радиусы R дөңгелек токтың осінің бойында жатқан нүктедегі магнит өрісінің индукциясы. Радиусы R дөңгелек токтың центріне тұрғызылған перпендикуляр (ось) бойында центрден x қашықтықта жатқан A нүктедегі магнит өрісінің индукциясын анықтайық (6.11-сурет).

Дөңгелек токтың барлық dl_i элементтері өрісі қарастырылып отырған нүктеге дейінгі қашықтықты анықтайтын радиус векторға перпендикуляр болатындықтан $(\alpha = \frac{\pi}{2}) \sin \frac{\pi}{2} = 1$ және $r = l \cdot \text{const}$ екендігін ескерсек:

$$d B_i = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl_i}{r^2} \quad (6.21)$$

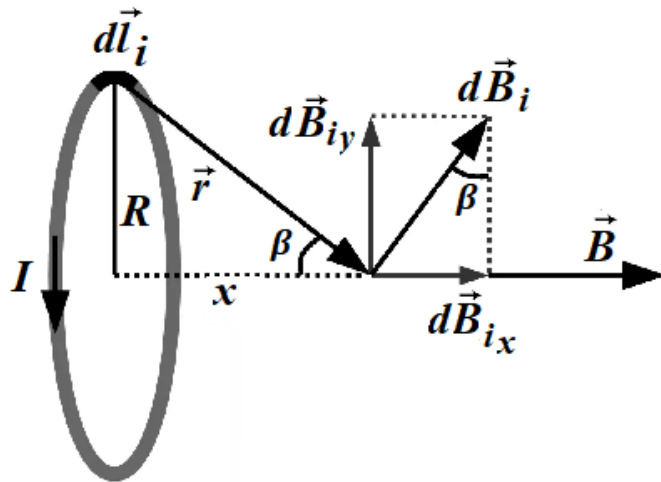
Дөңгелек токтың барлық dl_i элементтерінің A нүктедегі магнит өрісінің индукциясын анықтау үшін 6.11-суреттен келесідей қатынастарды жазып алуға болады:

а. Дөңгелек токтың әрбір dl_i элементтерінің тудырған магнит өрісі индукция векторларының dB_{ix} құраушылары: $dB_{ix} = dB_i \cdot \sin \beta$

мұндағы: $\sin \beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$, себебі $r^2 = R^2+x^2 \Rightarrow r = \sqrt{R^2+x^2}$

сонда $dB_{ix} = dB_i \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$, ал $dB_i = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl_i}{r^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl_i}{R^2+x^2}$ екендігін ескерсек:

$$dB_{ix} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot R \cdot dl_i}{[R^2+x^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (6.22)$$



6.11-сурет

ә. Дөңгелектің әрбір диаметрінің қарама-қарсы жағынан алынған dl_i элементтері өзара симметриялы орналасатындықтан олардың тудыратын элементар өрістерінің dB_{iy} құраушыларының қосындысы нөлге тең болады, яғни:

$$dB_y = \sum dB_{iy} = 0 \quad (6.23)$$

Пифагор теоремасы бойынша $dB = \sqrt{dB_x^2 + dB_y^2}$, $dB_y = 0$ болғандықтан

$$dB = dB_x \quad (6.24)$$

Радиусы R дөңгелек токтың центріне тұрғызылған перпендикуляр (ось) бойында центрден x қашықтықта жатқан А нүктедегі магнит өрісінің индукциясын анықтау үшін (6.24)-өрнекті интегралдау жеткілікті:

$$\int_0^B dB = \int_0^{2\pi R} dB_x = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot R \cdot dl_i}{[R^2+x^2]^{\frac{3}{2}}}$$

Сонымен радиусы R дөңгелек токтың центріне тұрғызылған перпендикуляр (ось) бойында центрден x қашықтықта жатқан А нүктедегі магнит өрісінің

индукциясы:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot \frac{I \cdot R^2}{[R^2+x^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (6.25)$$

2. Радиусы R дөңгелек токтың центріндегі магнит өрісінің индукциясы. (6.25)-өрнектегі $x=0$, яғни дөңгелек центрінде токтың барлық dl элементтері центрден бірдей $r=R$ қашықтықта жатады және магнит өрісі индукция

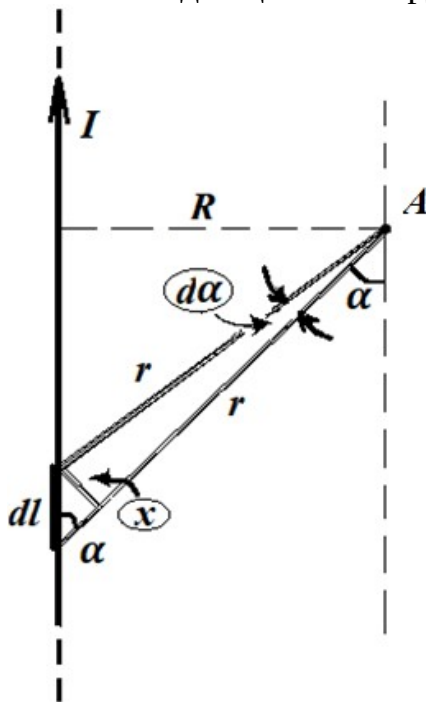
векторының бағыты оң нормаль бағытымен сәйкес, яғни контур жазықтығына перпендикуляр ($\alpha = \frac{\pi}{2}$) болады (6.10-сурет). $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ және $r = R = \text{const}$ екендігін ескерсек, дөңгелек токтың центрінде қорытқы индукция векторының шамасы (6.20)-өрнекпен анықталады:

$$B = \int_l d B_i = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{R^2} \cdot \sin \alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R}$$

Сонымен дөңгелек токтың центріндегі магнит өрісінің индукциясы

$$B = \frac{\mu\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R} \quad (6.26)$$

3. Ұзындығы l түзу тогы бар өткізгіштің магнит өрісінің индукциясы. Бойымен I ток жүретін ұзындығы l өткізгіштен R қашықтықта орналасқан A нүктедегі магнит өрісінің индукциясын анықтайық (6.12-сурет). Өткізгіштің бойынан dl элемент бөліп алып, оның A нүктедегі магнит өрісінің индукциясын анықтау үшін 6.12-суреттен келесідей қатынастарды жазып алуға болады:



6.12-сурет

а. $\sin d\alpha = \frac{x}{r}$ мұндағы: $d\alpha$ – өте кіштентай бұрыш, бұрыш өте кіші болғанда $\sin d\alpha \approx d\alpha$ екендігін ескерсек $x = r \cdot d\alpha$ (6.27)

ә. $r = \frac{R}{\sin \alpha}$ (6.28)

б. $\sin \alpha = \frac{x}{dl}$ (6.27)-өрнекті ескерсек $\sin \alpha = \frac{r \cdot d\alpha}{dl} \Rightarrow dl = \frac{r \cdot d\alpha}{\sin \alpha}$ (6.29)

(6.28)-өрнекті (6.29)-өрнекке қойғанда: $dl = \frac{R \cdot d\alpha}{\sin^2 \alpha}$ (6.30)

(6.28)-өрнекті және (6.30)-өрнекті (6.19*)-өрнекке қойғанда:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha \quad (6.31)$$

Сонда бойымен I ток жүретін ұзындығы l өткізгіштен R қашықтықта орналасқан A нүктедегі магнит өрісінің индукциясын табу үшін (6.31)-өрнекті интегралдайды:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} \cdot [\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2] \quad (6.32)$$

Егер тогы бар өткізгіш шексіз ұзын болса, (6.32)-өрнекке $\alpha_1=0$ ал $\alpha_2=\pi$ шектерінің мәндерін қойып, интегралдаса:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} \int_0^\pi \sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} (\cos 0 - \cos \pi) = \frac{\mu\mu_0 \cdot I}{2\pi R}$$

Сонымен: $B = \frac{\mu\mu_0 \cdot I}{2\pi R} \quad (6.33)$

6.6 Магнит өрісінің кернеулік векторы. Магнит өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы. Толық ток заңы. Магнит өрісін сипаттау үшін магнит өрісінің индукция векторымен қатар магнит өрісінің кернеулігі векторы деген шама жиі қолданылады. Вакуумдағы магнит өрісін сипаттайтын бұл екі шаманың арасындағы байланыс төмендегідей: $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (6.34)$

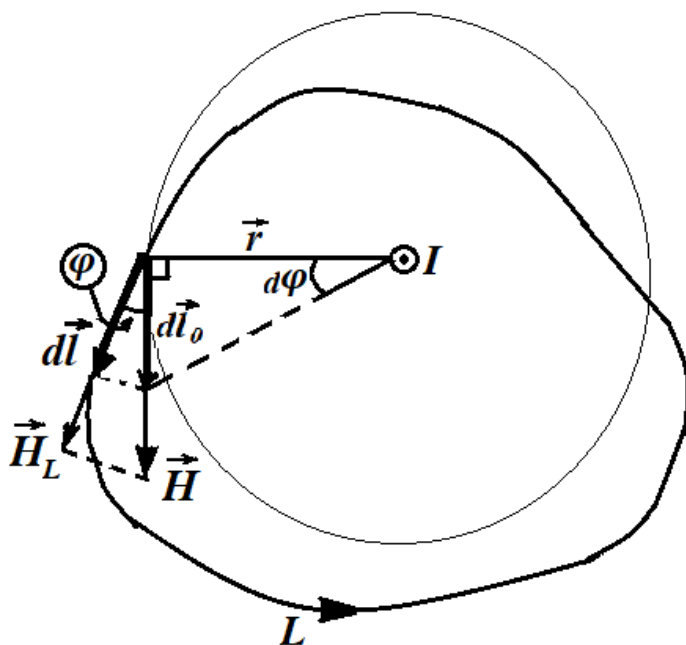
Егер магнит өрісі біртекті болса, онда кернеулік векторы ортаның магниттік қасиеттеріне тәуелді болмайды, ол өріс тудырушы токтың шамасына, контурдың пішініне және өрісі қарастырылатын нүктенің орнына тәуелді болады.

Электромагниттік құбылыстарды қарастырғанда электростатикалық өрістің кернеулік векторының циркуляциясы деген ұғымға ұқсас магнит өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы деген ұғым да қолданылады.

Магнит өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы деп тұйық контур бойынша алынған $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{H}_L \cdot d\vec{l}_n = \oint H \cdot dl \cdot \cos(\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \oint \vec{H}_L \cdot d\vec{l}_n$ түріндегі интегралды айтады. Мұндағы $\vec{H}_L - \vec{H}$ кернеулік векторының жанама бойынша құраушысы (6.13-сурет).

Шексіз ұзын сызықты токтың магнит өрісінің кернеулік векторының циркуляциясын анықтайық. 6.13-суреттен келесідей қатынастарды жазуға болады:

1. Ток сурет жазықтығына перпендикуляр бізге қарай бағытталған, контурды айналу бағыты сағат тіліне қарсы. Магнит өрісінің кернеулік векторы \vec{H} мен радиус векторы \vec{r} өзара перпендикуляр.
2. $\vec{H} = \vec{H}_L \cdot \cos\varphi$, $dl_0 = dl \cdot \cos\varphi$ және $dl_0 = r \cdot \sin d\varphi$. Мұндағы $d\varphi$ – өте кіші бұрыш, олай болса $\sin d\varphi \approx d\varphi$. Сонда: $dl \cdot \cos\varphi = r \cdot d\varphi$
3. $\vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{H}_L \cdot dl \cdot \cos\varphi = \vec{H}_L \cdot r \cdot d\varphi \quad (6.35)$



6.13-сурет

Шексіз ұзын сызықты токтың магнит өрісінің кернеулік векторы $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$ мұндағы $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi R}$ - шексіз ұзын сызықты токтың магнит өрісінің индукциясы.

Осыны ескерсек: $H_L = \frac{I}{2\pi R}$ мұндағы $R = r$ екендігін ескеріп, (6.35)-өрнекке соңғы өрнекті апарып қойсақ $\vec{H}_L d\vec{l} = \frac{I}{2\pi r} \cdot r \cdot d\varphi = \frac{I}{2\pi} \cdot d\varphi$ (6.36)

Магнит өрісінің кернеулік векторы циркуляциясының анықтамасына сәйкес өрнегіне (6.36)-өрнекті қойғанда:

$$\oint \vec{H}_L \cdot d\vec{l} = \oint \frac{I}{2\pi} \cdot d\varphi = \frac{I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = I$$

Сонымен, $\oint \vec{H}_L \cdot d\vec{l} = \sum I_i$ (6.37)

(6.37)-өрнек кеңістіктегі кез келген контур үшін орындалады, контур токты неше рет айналса, токты сонша рет есептеу керек ($\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot I$). Егер контур бағыттары қарама-қарсы болған жағдайда ток таңбасы оң бұранда ережесі бойынша «+» немесе «-» болып, бір-бірін жойып отырады.

Егер магнит өрісін $I_1, I_2, I_3 \dots I_n$ токтар жүйесі тудыратын болса, онда магнит өрісінің циркуляциясы: $\oint \vec{H}_L \cdot d\vec{l} = \sum I_i$ (6.37*)

Соңғы өрнек толық ток заңы деп аталады. Ол былайша тұжырымдалады: *токтарды қамтып жатқан кез келген контур бойынша магнит өрісі кернеулік векторының циркуляциясы осы контурды қиып өтетін ток күштерінің алгебралық қосындысына тең болады.*

Вакуумдағы магнит өрісінің индукция векторы мен кернеулік векторының арасындағы байланыс $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$ екендігін ескерсек толық ток заңын былай да жазуға болады:

$$\oint \vec{B}_L \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum_{i=1}^n I_i$$

Электростатикалық өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы нөлге тең болатын ($\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$), кернеулік векторының циркуляциясы нөлге тең өріс потенциалды өріс деп аталатын, сондықтан электростатикалық өріс потенциалды өріске жатқызылатын. Ал магнит өрісінің кернеулік векторының циркуляциясы нөлден өзгеше, кернеулік векторының циркуляциясы нөлден өзгеше өріс құйынды өріс деп аталады. Магнит өрісі құйынды өріске жатады.

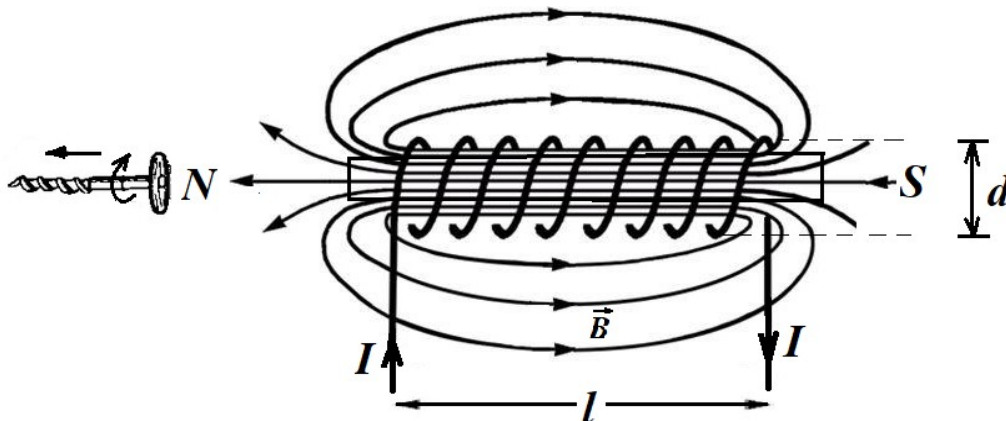
6.7 Соленоидтағы және тороидтағы токтың магнит өрісі. **Соленоид** деп металл өзекшеге спираль түрінде оралған изоляцияланған ұзын тогы бар өткізгішті айтады. Соленоид арқылы ток жүргенде ол біртекті магнит өрісін тудырады. Ұзындығы l , орам саны $l \cdot n$ болатын соленоидтың магнит өрісін анықтайық (6.14-сурет). Мұндағы: $n = \frac{N}{l}$ - бірлік ұзындыққа сәйкес келетін орам саны, N - соленоидтағы орам саны, $d \ll l$, d - орамның диаметрі, $\vec{H}_{iшкi} = \vec{i} \cdot \text{const}$, $\vec{H}_{cырт} = \vec{i} \cdot 0$.

Соленоидтің ішкі және сыртқы бөлігін қамтитын, бағыты сағат тілінің бағытына қарсы алынған тұйық контурды алып, сол бойынша магнит өрісінің кернеулік векторы циркуляциясының өрнегін жазайық:

$$\oint \vec{H}_L \cdot d\vec{l} = N \cdot I = n \cdot l \cdot I$$

Соленоидтың ішкі бөлігінде магнит өрісі кернеулік векторларының бағыты контур бағытына сәйкес келетіндіктен және біртекті болатындықтан:

$$H \cdot l = n \cdot l \cdot I \Rightarrow H = n \cdot I \quad (6.38)$$



6.14-сурет

$H = \frac{B}{\mu \cdot \mu_0}$ екендігін ескерсек, (6.38)-өрнекті мына түрде жазуға болады:

$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I \quad (6.38^*)$$

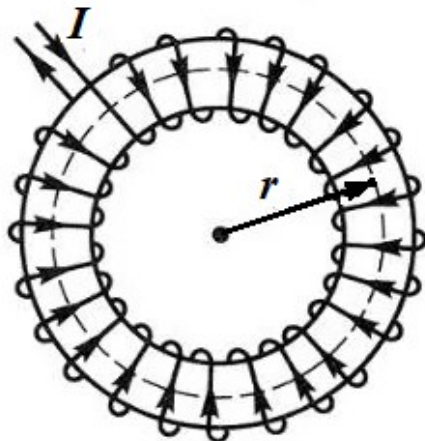
Тороид деп тор пішінді өзекшеге оралған сақина тәрізді тогы бар орамды айтады (6.15-сурет).

Тороидтың ішінде магнит өрісі біртекті болады, ал тороидтан тысқарыда магнит өрісі болмайды.

Тороидтың магнит өрісінің кернеулік векторының күш сызықтары центрлері тороидтың осінде жататын шеңбердің бойында жатады.

Контур ретінде радиусы r шеңберді таңдап алып, магнит өрісінің кернеулік векторы циркуляциясының өрнегін жазайық:

$$\oint \vec{H}_L \cdot d\vec{l} = N \cdot I$$



6.15-сурет

Тороидтың ішінде магнит өрісі біртекті болады $\vec{H} = \text{const}$, олай болса циркуляция өрнегін интегралдау арқылы $H \cdot l = N \cdot I$. Мұндағы $l = 2\pi r$ – шеңбердің ұзындығы, N - тороидтың орам саны. Сонда тороидтың магнит өрісінің кернеулік векторының өрнегі:

$$H = \frac{N \cdot I}{2\pi r} \quad (6.39)$$

$H = \frac{B}{\mu \cdot \mu_0}$ екендігін ескерсек, (6.39)-өрнекті мына түрде жазуға болады:

$$B = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot N \cdot I}{2\pi r} \quad (6.39^*)$$

Бақылау сұрақтары

1. Токтардың өзара әсерлесуінің механизмін түсіндір.
2. Тоғы бар жазық тұйық контурдың магнит өрісімен әсерлесуін баянда.
3. Магнит индукция векторының бағытын анықтауды мысалдармен түсіндір.
4. Био-Савар-Лаплас заңын жаз, оның физикалық мағанасын түсіндір.
5. Био-Савар-Лаплас заңын қолданып түзу токтың және шеңберлі токтың магнит өрісін анықтау өрнектерін қорытып жаз.
6. Екі параллель токтардың өзара әсерлесу механизмін баянда.
7. Магнит өрісі үшін Остроградский-Гаус теоремасын жаз.
8. Магнит өрісінің кернеулік векторы циркуляциясы және толық ток заңын қорытып шығар.

Лекция №7. Электр және магнит өрістерінің қозғалыстағы зарядқа әсері

7.1 Магнит өрісінің қозғалыстағы зарядқа әсері. Лоренц күші.