Лекция №1. Классикалық механика кіріспе

1.1 Классикалық механика пәні және оның қолданылу аясы.

1.2 Кеңістік пен уақыт жөніндегі классикалық түсініктер. Кеңістік пен уақыт туралы постулаттар.

1.3 Материалдық нүкте қозғалысын декаарттық координатада қарастыру.

1.4 Материалдық нүкте қозғалысын цилиндрлік координатада қарастыру.

1.5 Материалдық нүкте қозғалысын сфералық координатада қарастыру.

1.1 Классикалық механика пәні және оның қолданылу аясы.

Классикалық механика пәні жалпы физика курсында оқытылған механикалық қозғалыс заңдылықтарын математикалық аппарат көмегімен зерттейтін пән болып табылады. Классикалық механикада макроскопиялық денелердің қарапайым қозғалыс заңдары тағайындалады, олай болса классикалық механика заңдарынынң қолданылу шекарасы бар.

Микробөлшектердің қозғалыс заңдылықтарын қарастыратын механика – **кванттық механика** деп аталады. Жарық жылдамдығына жуық жылдамдықпен қозғалатын денелердің қозғалыс заңдылықтарын қарастыратын механика – **релятивистік механика** деп аталады. Сонымен классикалық механика екі жағынан шектелген, яғни заңдылықтары белгілі бір шекарада ғана орындалады.

Классикалық механика заңдылықтарын тағайындауда кейбір абстракциялық ұғымдар енгізіледі.

Мысалы: **1. Материалдық нүкте** – қарастырып отырған есеп шартына сәйкес өлшемін елемеуге болатын дене. Материалдық дене жиынтығы материалдық нүктелер жүйесі деп аталады.

2. Санақ жүйесі – координаталар жүйесімен және уақыт өлшеуіш құралмен жабдықталған санақ денесі.

Санақ жүйесі **инерциялды** және **инерциялды емес** деп екіге бөіп қарастырады.

Инерциялды санақ жүйесі дегеніміз – бақылаушымен салыстырғанда тыныштықта немесе бірқалыпты түзу сызықты қозғалыста болатын санақ жүйесін айтамыз.

Инерциялды емес санақ жүйесі дегеніміз - бақылаушымен салыстырғанда үдемелі қозғалыста болатын (шеңбер бойымен айналады, тербеледі).

3. Абсолют қатты дене – сырттан күш әсер еткенде деформацияға ұшырамайтын, яғни қатты денені құрастыратын бөлшектердің арақашықтығы өзгермей қалатын қатты денені айтады.

1.2 Кеңістік пен уақыт жөніндегі классикалық түсініктер. Кеңістік пен уақыт туралы постулаттар.

Кез – келген механикалық процесс кеңістікте уақыттың өтуімен байланысты өтеді. Кеңістік пен уақыт жөніндегі түсінік әрқашан өзгеріп, дамып отырады. Классикалық механикада кеңістік изотропты, яғни кеңістіктің физикалық қасиеттері барлық таңдап алынған бағытта бірдей. Сонымен қатар классикалық механикада кеңістік біртекті, яғни оқиға өтетін кеңістік барлық бағытта табиғаты бірдей, тығыздықтары өзгермейді.

Классикалық механикада уақыт – абсолют, яғни тоқтап қалмайды, кері жүрмейді. Сонымен қатар уақыт біртекті әрі изотропты, яғни барлық бағытта уақыт бірдей өтеді. Классикалық механикада уақыт пен кеңістік жайлы келесі постулаттар бар.

1 – постулат: Классикалық механикада макроскопиялық денелердің қозғалысын сипаттайтын физикалық шамаларды кез – келген дәлдікпен бір уақытта өлшеуге болады. Бұл дегеніміз өлшеу процесі кезінде қондырғы мен макроскопиялық денелердің өзара әсерін қарастырмайды (әсер өте аз болады). Сондықтан өлшеу процесі макроскопиялық денелердің қозғалысын өзгертпейді.

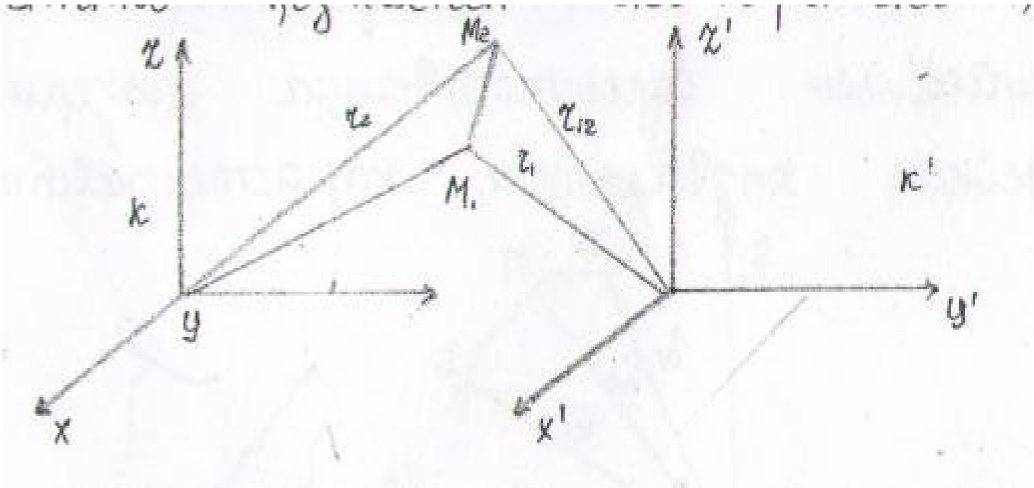
2 – постулат: Классикалық механикада кез келген процестің ұзақтығы бір – бірімен салыстырғанда тәуелсіз қозғалатын барлық санақ жүйелерінде бірдей болады.

$$t_2 - t_1 = t_{2'} - t_{1'} \qquad (1)$$

Мұндағы :

$t_2 - t_1$ және $t_{2'} - t_{1'}$

1 процестің әртүрлі санақ жүйелерден ұзақтығы. Бұл постулаттар 2 оқиғаның арасындағы уақыт интервалының абсолюттілігін көре аламыз. 2 – ші постулат қозғалыстың сипатына тәуелсіз периодты сағаттардың бар екендігін және оның қоғалыстағы кез –келген санақ жүйесінен басқа санақ жүйесіне көшкенде өзгермейтіндігін көрсете алады. (1) - өрнекке сәйкес барлық санақ жүйе ретінде бірдей коориноталар басын таңдап ала аламыз және барлық санақ жүйелері үшін 1 уақыт координатасын енгізуімізге болады.



3 - постулат: Классикалық механикада кез – келген екі нүктенің арақашықтығы берілген уақыт моментінде барлық санақ жүйесінде бірдей $\vec{r}_{12}=\vec{r}_{13}\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+\left(z_2-z_1\right)^2=\left(x_{2'}-x_{1'}\right)^2+\left(y_{2'}-y_{1'}\right)^2+\left(z_{2'}-z_{1'}\right)^2$

Дербес жағдайда екі шексіз жақын орналасқан нүктелер арақашықтығы мына теңдікпен анықталады:

$$dr^2=dx^2+dy^2+dz^2$$

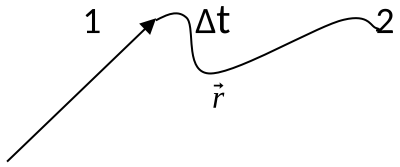
Бұл постулат кеңістік интервалының абсолюттілігін көрсетеді.

1.3. Материалдық нүктенің қозғалысын сипаттау үшін түрлі әдістер енгізіледі. М: инварианттылық және координаталар тәсілі.

Қозғалысты сипаттайтын заңдарды тағайындау үшін келесідей шамалар енгізіледі:

1) радиус вектор-санақ басынан материалдық нүктеге дейін бағытталған кесіндіні, яғни векторды айтады.

$\vec{r}\ [м]$



Материалдық нүкте Δ t уақыт ішінде бірінші нүктеден екінші нүктеге орын ауыстырсын. Радиус вектордың ұшының сызатын сызығы **траектория** деп аталады немесе радиус вектордың годографы деп атайды.

2. Материалдық нүктенің қозғалысы кезінде радиус вектор шамасы, әрі бағыты өзгеріп отырады.

Радиус вектордың өзгеру шапшаңдығын сипаттайтын шама жылдамдық деп аталады.

$$\vec{\vartheta}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\dot{\vec{r}} \qquad \left[\frac{м}{с}\right]$$

3) Жылдамдық векторының өзгеру шапшаңдығы үдеу деп аталады.

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\vartheta}}{\Delta t}=\frac{d\vec{\vartheta}}{dt}=\ddot{\vec{r}} \qquad [\frac{м}{c^2}]$$

Сонымен: жылдамдық векторы деп радиус векторынан алынған бірінші реттік туындыны айтады.

Үдеу деп жылдамдық векторынан уақыт бойынша алынған бірінші реттік туындыны айтады немесе радиус веторынан уақыт бойынша алынған екінші реттік туындыны айтады.

$$\vec{a}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\ddot{\vec{r}}$$

Материалдық нүктенің қозғалысын координаталық тәсілмен қарастырайық. Координаталық тәсілдің өзі бірнеше түрге бөлінеді:

1) декаарттық координаталар тәсілі.

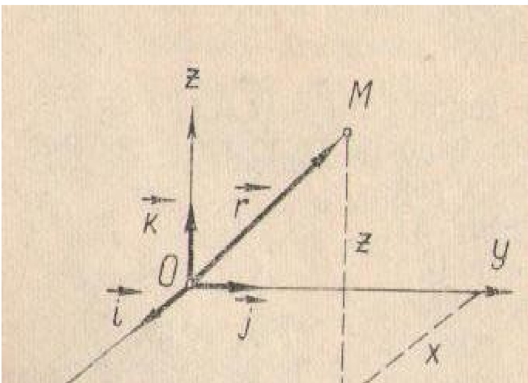
2)цилиндрлік координаталар тәсілі (бұл тәсілдің ерекше жағдайы-полярлық координаталар тәсілі)

3) сфералық координаталар тәсілі.

Материалдық нүкте қозғалысын декарттық координатада қарастыру.

Материалдық нүктенің қозғалысын қарастыруда әр түрлі санақ жүйелері қолданылады.

Материалдық нүктенің қозғалысын $x=x(t), y=y(t), z=z(t)$ функцияның көмегімен зерттеу **декарттық координаталар әдісі** деп аталады.



Табанындағы тік бұрышты үшбұрыштан:

$$\rho^2=x^2+y^2 \qquad (1)$$

Вертикаль орналасқан үшбұрыштан:

$$r^2=\rho^2+z^2 \qquad (2)$$

Сонда: $r^2=x^2+y^2+z^2$ (3)

(3)теңдеуді векторлық түрде былай жазуға болады:

$\vec{r}$**(t)= x(t)**$\vec{i}$ **+ y(t)**$\vec{j}$ **+z(t)**$\vec{k}$ (4)

$\vec{r}(t)$- материалдық нүктенің орнын анықтайтын радиус векторы.

(i, j, k) - бірлік векторлар (орттар) деп аталады.Бұл орттар тұрақты орттарға жатады,яғни шамасы да тұрақты болады.

$$\vec{i}^2=\vec{j}^2=\vec{k}^2=\mathbf{1}$$

$$\vec{i}\ \vec{j}=\vec{i}\ \vec{k}=\vec{j}\ \vec{k}=\mathbf{-1}$$

Декарттық координатада материалдық нүктенің жылдамдығын анықтау үшін радиус вектордан туынды аламыз.

$$\boldsymbol{\vartheta}=\vec{\vartheta}(t)=\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)'=\dot{\vec{r}}=\dot{x}(t)\vec{i}+\dot{y}(t)\vec{j}+\dot{z}(t)\vec{k} \qquad (5)$$

(5)өрнек декарттық координатада материялдық нүктенің жылдамдығының векторлық жазылуы.

Скаляр түрде жазсақ: $\vartheta=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2}$ (5*)

Үдеу радиус векторынан алынған екінші ретті туындыға тең. Олай болса материялдық нүктенің үдеуі:

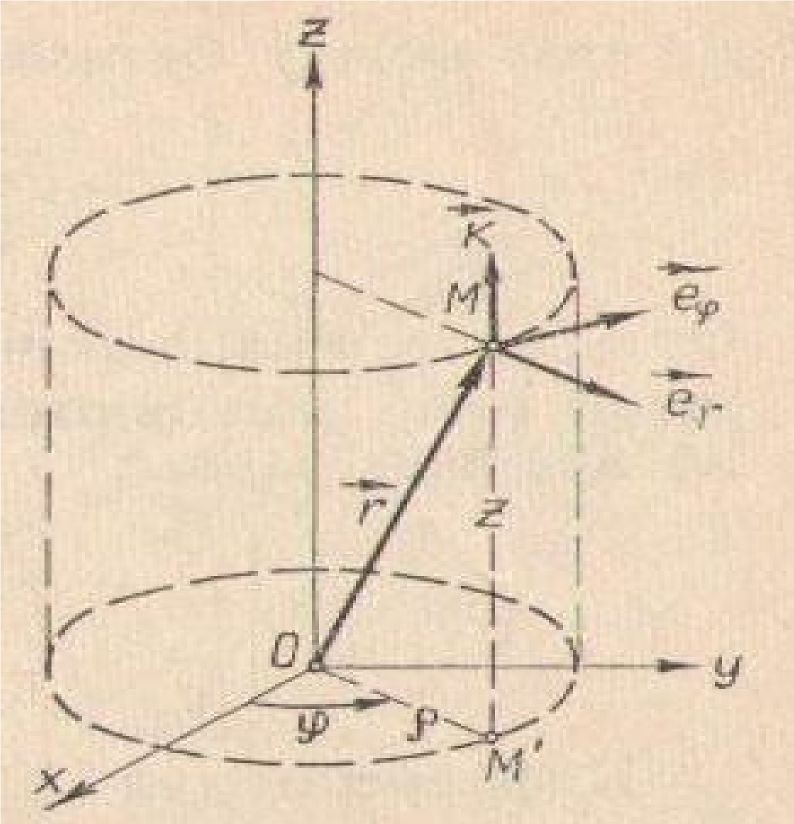
$\vec{a}$***(t)***$=\ddot{x}$***(t)*** $\vec{i}$ $+\ddot{y}$***(t)*** $\vec{j}$ $+\ddot{z}$ ***(t)***$\vec{k}$ (6)

(6)өрнекті скаляр түрде жазсақ:

$$a=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2+\ddot{z}^2} \qquad (6^*)$$

1.4. Материалдық нүкте қозғалысын цилиндрлік координатада қарастыру.

Материалдық нүктенің қозғалысын $\phi=\phi(t), \rho=\rho(t), z=z(t)$ функцияның көмегімен сипаттау цилиндрлік координаталар әдісі деп аталады.



$\rho^2 = x^2 + y^2 (1)$

$$r^2 = \rho^2 + z^2 \qquad (2)$$

$$\vec{r}(t) = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{k} \qquad (2^*)$$

Суреттегі $\vec{e}_\phi, \vec{e}_\rho$ - бірлік векторлар, орттар. Бұл орттардың шамасы (модулі) 1-ге тең, бағыттары айнымалы.

(2) және ($2^{¿}$) өрнектер цилиндрлік координатадағы материалдық нүктенің қозғалыс заңы деп аталады.

Цилиндрлік координата мен декаарттық координата арасындағы байланысты тағайындайық.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{x}{\rho} = \cos\phi \\ \frac{y}{\rho} = \sin\phi \end{array}\right\} \qquad (3)$$

Цилиндрлік координатадағы $\vec{e}_\rho$, $\vec{e}_\varphi$ орттарының $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ орттарымен байланысын тағайындайық.

$$\vec{e}_\rho = \vec{i}\cos\phi + \vec{j}\sin\phi ¿¿¿¿ \qquad (4)$$

$\vec{e}_\rho$ және $\vec{e}_\varphi$ орттарының туындысын табайық:

$\dot{\vec{e}}_{\rho}=¿\ (\vec{i}\cos\varphi+\vec{j}\sin\varphi)'=\vec{i}\ (\cos\varphi)'+\vec{j}\ (\sin\varphi)'=-\vec{i}\ \dot{\varphi}\sin\varphi+\vec{j}\ \dot{\varphi}\cos\varphi=\dot{\varphi}\ (-\vec{i}\ \sin\varphi+\vec{j}\ \cos\varphi)=\dot{\varphi}\ \vec{e}_{\varphi}$

Сонда: $\dot{\vec{e}}_{\rho}=\dot{\varphi}\ \vec{e}_{\varphi}$ (5)

$\dot{\vec{e}}_{\varphi}=(-\vec{i}\sin\varphi+\vec{j}\cos\varphi)'=-\vec{i}\dot{\varphi}\cos\varphi-\vec{j}\dot{\varphi}\sin\varphi=-\dot{\varphi}(\vec{i}\cos\varphi+\vec{j}\sin\varphi)=-\dot{\varphi}\ \vec{e}_{\rho}$

Сонда: $\dot{\vec{e}}_{\varphi}=-\dot{\varphi}\ \vec{e}_{\rho}$ (6)

Цилиндрлік координатадағы материалдық нүктенің жылдамдық векторын анықтайық.Жылдамдық радиус вектордан алынған бірінші ретті туынды екенін ескерсек:

$\vec{\vartheta}=\dot{\vec{r}}=(\rho\vec{e}_{\rho}+z\vec{k})'=\dot{\rho}\vec{e}_{\rho}+\rho\dot{\vec{e}}_{\rho}+\dot{z}\ \vec{k}=\dot{\rho}\vec{e}_{\rho}+\rho\vec{e}_{\varphi}\ \dot{\varphi}+\dot{z}\ \vec{k}$

Сонымен ,

$\vec{\vartheta}$ **(t)=** $\dot{\rho}\vec{e}_{\rho}+\rho\ \dot{\varphi}\vec{e}_{\varphi}+\dot{z}\ \vec{k}$ (7)

Цилиндрлік координатада жылдамдық 3 құраушыдан тұрады.

$\vec{\vartheta}_{\rho}=\dot{\rho}\vec{e}_{\rho}$ –жылдамдықтың радиал құраушысы

$\vec{\vartheta}_{\varphi}=\rho\ \dot{\varphi}\vec{e}_{\varphi}$– жылдамдықтың көлденең құраушысы

$\vec{\vartheta}_{z}=\dot{z}\ \vec{k}$- жылдамдықтың акциял құраушысы.

Жылдамдық векторының модулі: $\vec{v}=\sqrt{\dot{\rho}^2+(\rho\dot{\varphi})^2+\dot{z}^2}$ (7¿)

Цилиндрлік координатадағы материалдық нүктенің үдеуін анықтайық:

Үдеу – жылдамдықтан алынған бірінші ретті туынды.

$\vec{a}=\frac{d\vec{\vartheta}}{dt}=(\dot{\rho}\vec{e}_{\rho}+\rho\dot{\phi}\vec{e}_{\phi}+\dot{z}\vec{k})'=$ ¿·¿ $\vec{e}_{\rho}+\rho\dot{\vec{e}}_{\rho}+\rho\dot{\phi}\vec{e}_{\phi}+\rho$ ¿ ¿

¿

Сонда: $\vec{a}=($ ¿·¿ $-\rho\dot{\phi}^2)\vec{e}_{\rho}+(2\dot{\rho}\dot{\phi}+\rho$ ¿·¿$)\vec{e}_{\phi}+$ ¿·¿ $\vec{k}$ ¿ (8)

(8) өрнектен цилиндрлік координатадағы үдеу 3 құраушыдан тұрады.

Мұндағы: $\vec{a}_{\rho}=(\ddot{\rho}-\rho\dot{\varphi}^2)\vec{e}_{\rho}$ - үдеудің рациал құраушысы.

$\vec{a}_{\varphi}=(2\dot{\rho}\dot{\varphi}+\rho\ddot{\varphi})\vec{e}_{\varphi}$ - үдеудің көлденең құраушысы.

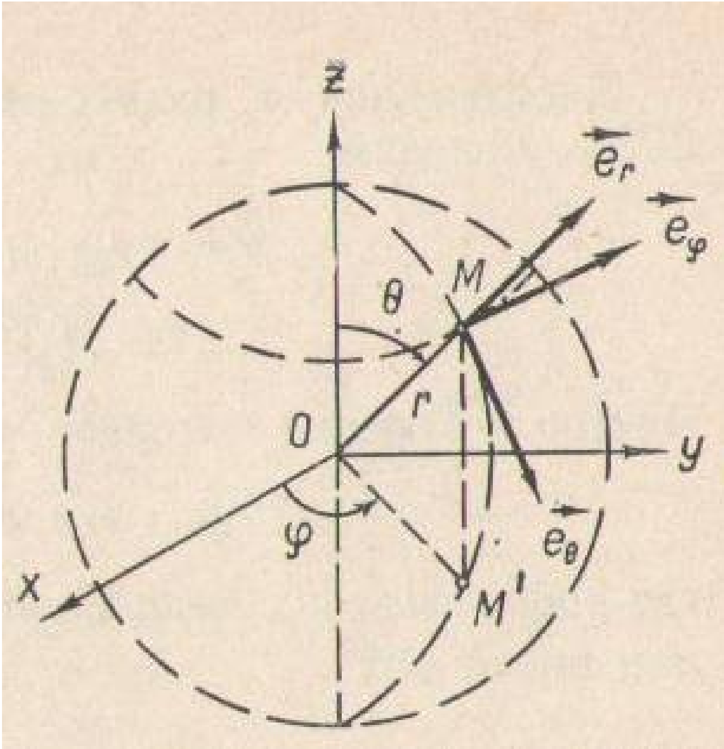
$\vec{a}_{z}=\ddot{z}\ \vec{k}$ - үдеудің акциялық құраушысы.

Үдеудің векторлық модулі: $\vec{a}=\sqrt{(\ddot{\rho}-\rho\dot{\varphi}^2)^2+(2\dot{\rho}\dot{\varphi}+\rho\ddot{\varphi})^2+\ddot{z}^2}$ (8¿)

1.5. Материалдық нүкте қозғалысын сфералық координатада қарастыру.

Материалдық нүктенің қозғалысын $r=r(t),\theta=\theta(t),\varphi=\varphi(t)$ функциясының көмегімен анықтауды сфералық координаталар әдісі деп атайды.

Сфералық координата мен декаарттық координата арасындағы байланысты анықтаймыз.



ρ = **r** $\sin\theta$ (1)

x= $\rho\ \cos\varphi$ (2)

y=$\rho\sin\varphi$ (3)

(1)→ (2) және (3) қойсақ:
$$\left.\begin{aligned} \mathbf{x} &= r\sin\theta\ \cos\varphi \\ \mathbf{y} &= r\sin\theta\sin\varphi \\ \mathbf{z} &= \mathbf{r}\cos\theta \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

(4) өрнек сфералық координата мен декаарттық координата арасындағы байланыс.

Сфералық координатада материалдық нүктенің қозғалысын қарастырайық.Ол мына түрде жазылады:

$$\vec{r} = \vec{r}\ \mathbf{(t)} \qquad (5)$$

Суреттегі $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_\varphi$ орттары айнымалы бірлік орттар болып табылады.Олар мына түрде жазылады.

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{e}_r &= \vec{i}\,sin\theta cos\varphi+\vec{j}\,sin\theta sin\varphi+\vec{k}\,cos\theta \\ \vec{e}_\varphi &= -\vec{i}\,sin\varphi+\vec{j}\,cos\varphi \\ \vec{e}_\theta &= \vec{i}\,cos\theta cos\varphi+\vec{j}\,co\,s\,\theta sin\varphi-\vec{k}\,sin\theta \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Осы орттардың туындысын табыңыз

$$\dot{\vec{e}}_r=\left(\vec{i}\,sin\theta cos\varphi+\vec{j}\,sin\theta sin\varphi+\vec{k}\,cos\theta\right)'=\vec{i}\ \dot{\theta}\ cos\theta\,cos\varphi - \vec{i}\ \dot{\varphi}\ sin\theta\,sin\varphi +\vec{j}\,\dot{\theta}\,cos\theta sin\varphi + \vec{j}\ \dot{\varphi}\ cos\varphi\ sin\theta - \vec{k}\ \ \dot{\theta}\ sin\theta=\dot{\theta}\left(\vec{i}\ \ cos\theta\,cos\varphi + \vec{j}\,cos\theta sin\varphi - \vec{k}\ sin\theta\right) + \dot{\varphi}\ sin\theta\left(-\vec{i}\ sin\varphi + \vec{j}\ \ cos\varphi\right)=\ \dot{\theta}\ \ \vec{e}_\theta + \dot{\varphi}\ sin\theta\ \vec{e}_\varphi$$

Сонда:

$$\dot{\vec{e}}_r = ¿\ \dot{\theta}\ \vec{e}_\theta + \dot{\varphi}\ sin\theta\ \vec{e}_\varphi \qquad (7)$$

$$\dot{\vec{e}}_\varphi = \left(-\vec{i}\sin\varphi + \vec{j}\cos\varphi\right)' = -\vec{i}\dot{\varphi}\cos\varphi - \vec{j}\dot{\varphi}\sin\varphi = -\dot{\varphi}\left(\vec{i}\cos\varphi + \vec{j}\sin\varphi\right) = -\dot{\varphi}\ \vec{e}_\rho$$

Сонда: $\dot{\vec{e}}_\varphi = -\dot{\varphi}\ \vec{e}_\rho$ (8)

$$\dot{\vec{e}}_\theta = \left(\vec{i}\ cos\theta cos\varphi + \vec{j}\ cos\theta sin\varphi - \vec{k}\ sin\theta\right)' = -\vec{i}\ \dot{\theta}\ \sin\theta\ cos\varphi - \vec{i}\ \dot{\varphi}\ sin\varphi\ cos\theta - \vec{j}\dot{\theta}\ sin\theta\ sin\varphi + \vec{j}\ \dot{\varphi}\ cos\varphi\ cos\theta - \vec{k}\ \dot{\theta}\ cos\theta = -\dot{\theta}\left(\vec{i}\ \sin\theta\ cos\varphi + \vec{j}\ sin\theta\ sin\varphi + \vec{k}\ cos\theta\right) + \dot{\varphi}\ cos\theta\left(-\vec{i}\ sin\varphi + \vec{j}\ cos\varphi\right) = -\dot{\theta}\ \vec{e}_r + \dot{\varphi}\ cos\theta\ \vec{e}_\varphi$$

Сонда:

$$\dot{\vec{e}}_\theta = -\dot{\theta}\ \vec{e}_r + \dot{\varphi}\ cos\theta\ \vec{e}_\varphi \qquad (9)$$

Материалдық нүкте жылдамдығын сфералық координатада анықтайық:

$$\vec{\vartheta} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = \left(\vec{r}\,\vec{e}_r\right)' = \dot{\vec{r}}\ \vec{e}_r + \vec{r}\ \dot{\vec{e}}_r = \dot{\vec{r}}\ \vec{e}_r + \vec{r}\left(\dot{\theta}\ \vec{e}_\theta + \dot{\varphi}\ sin\theta\ \vec{e}_\varphi\right) = \dot{\vec{r}}\ \vec{e}_r + \vec{r}\ \dot{\theta}\ \vec{e}_\theta + \vec{r}\ \dot{\varphi}\ sin\theta\ \vec{e}_\varphi$$

(10)

Сфералық координатада жылдамдық **3 құраушыдан** тұрады.

$\vec{\vartheta}_r = \dot{\vec{r}}\ \vec{e}_r$ - жылдамдықтың радиал құраушысы

$\vec{\vartheta}_r = \vec{r}\ \dot{\theta}\ \vec{e}_\theta$ - жылдамдықтың меридиал құраушысы

$\vec{\vartheta}_r = \vec{r}\ \dot{\varphi}\ sin\theta\ \vec{e}_\varphi$ - жылдамдықтың азимутал құраушысы

$$\vartheta = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\sin^2\theta + r^2\dot{\theta}^2}$$

Сфералық координатада материалдық нүктенің үдеуін анықтайық

$$\vec{a} = a_r\vec{e}_r + a_\theta\vec{e}_\theta + a_\varphi\vec{e}_\varphi \qquad (11)$$

$$a_r = \dot{r} - r\left(\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right)$$

$$a_\theta = \frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right) - r\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta$$

$$a_\varphi = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\varphi}\sin^2\theta\right)$$

$a_r -$ ¿үдеудің радиал құраушысы

$a_\theta -$ ¿ үдеудің меридиал құраушысы

$a_\varphi -$ ¿ үдеудің азимутал құраушысы.