Лекция 7

Специальная теория относительности.

1. Опыт Хафеля и Китинга.
2. Преобразования Лоренца.
3. Сложение скоростей в релятивистской механике.

1. Опыт Хафеля и Китинга.

Математическая модель СТО прошла многолетнее испытание и в ней не найдено никаких противоречий. Это значит, что все логически корректные мысленные эксперименты неизбежно будут давать результат, подтверждающий её. В этой связи представляет особый интерес эксперимент, который в реальных условиях показал точно такой же результат, что и рассмотренный мысленный эксперимент. Непосредственно это означает, что математическая модель теории верно отражает, описывает реальные физические процессы. Это был первый эксперимент по проверке отставания движущихся часов, известный как эксперимент Хафеле - Китинга, проведённый в 1971 г.

Итак, согласно специальной теории относительности, скорость течения времени наибольшая для наблюдателя, который находится в состоянии покоя. Чтобы экспериментально проверить данную теорию четверо часов, сделанных на основе цезиевых стандартов частоты, были помещены на два самолета и совершили кругосветное путешествие. Одни часы путешествовали в восточном направлении, другие обогнули Землю в западном направлении. После такого эксперимента физики сравнили показания летающих атомных часов с показаниями атомных часов, которые во время полёта оставались в Военно-морской обсерватории США. Разница в скорости хода времени возникала из-за добавочной скорости вращения Земли, при этом учитывалось и влияние поля тяготения на полетной высоте по сравнению с уровнем Земли. В результате эксперимента удалось подтвердить общую теорию относительности, измерить различие в скорости хода часов на борту двух самолетов.

В данном эксперименте, центр Земли находился в покоящейся системе отсчета. Если часы на борту самолета двигались к востоку, то есть в направление вращения Земли, то время на таких часах будет идти медленнее, чем на часах на поверхности Земли, а на часах, двигавшихся в противоположном направлении — быстрее. Позже данный опыт повторили с большей точностью.

Релятивистские эффекты учитываются при проектировании системы GPS для точного позиционирования объекта. К примеру, для нейтрализации эффекта, описываемого ОТО, они замедлили ход атомных часов перед их запуском, так что будучи на своих орбитах, они шли бы с той же скоростью, что и эталонные атомные часы на наземных станциях GPS. Кроме того, в каждый GPS-приемник встроен микрокомпьютер, который (помимо прочего) выполняет необходимые релятивистские вычисления в момент определения местоположения пользователя. Таким образом, теория относительности это не просто какая-то абстрактная математическая теория: понимание ее является необходимым условием правильной работы GPS.

Однако, в последнее время появились статьи, в которых критически оценивают результаты эксперимента Хафеле-Китинга. Ключевая критика эксперимента Хафеле-Китинга заключается в том, что точность атомных часов на самолётах была недостаточна для измерения ожидаемого значения гравитационного замедления времени, как предсказывается в Общей Теории Относительности Эйнштейна. Эффект, который Хафеле и Китингу нужно было измерить, был порядка 10^{-12}, а точность имеющихся у них часов, согласно техническому паспорту модели часов, составлял только $\pm 1\text{x}10^{-11}$, то есть точность измерения атомного времени была в 10 раз ниже ожидаемого эффекта.

Тем не менее большинство физиков признают результаты СТО, и пока нет глобальных опровержений этой теории.

2. Преобразования Лоренца.

Используя уравнения изменения пространственных и временных интервалов при переходе из одной ИСО в другую, рассмотренных на предыдущей лекции, можно получить релятивистские преобразования координат и времени.

Допустим наблюдатель в системе K' фиксирует в точке A с координатами x', y', z' (рис.1) некоторое событие в момент времени t' по своим часам. Для наблюдателя в системе K отрезок AO' будет испытывать лоренцево сокращение и координата x будет равна

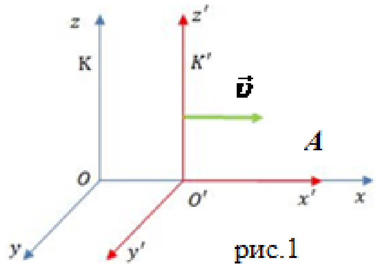

рис.1

$$x = \upsilon t + x'\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} \qquad (1)$$

Координаты y и z не меняются (поперечные длины не меняются, сокращение идет только в направлении движения). Из уравнения (1) получаем:

$$x' = \frac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z \qquad (2)$$

Формулы (2) используются для преобразовании координат при переходе от ИСО K к инерциальной системе K'.

Если рассмотреть данное явление с точки зрения наблюдателя в системе K', то система K удаляется от него со скоростью $-\vec{\upsilon}$. Тогда для перехода из K' в K получим:

$$x = \frac{x'+\upsilon t'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z' \qquad (3)$$

Для определения формул преобразования времени при переходе из одной ИСО в другую, найдем t' из формулы (3):

$$t' = \frac{1}{\upsilon}\left(x\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} - x'\right) = \frac{1}{\upsilon}\left(x\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} - \frac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\right) \qquad (4)$$

Преобразуя соотношение (4) получим выражение для преобразования времени при переходе из ИСО K в K':

$$t' = \frac{t-\frac{x\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \qquad (5)$$

Таким образом, выражения (2) и (5)

$$x' = \frac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z; \quad t' = \frac{t-\frac{x\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \qquad (6)$$

представляют искомые преобразования координат и времени при переходе из инерциальной системы K в K'. Они называются ***прямыми преобразованиями Лоренца***. ***Обратные преобразования Лоренца*** имеют вид:

$$x=\frac{x'+\upsilon t'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}},\quad y=y',\quad z=z';\quad t=\frac{t'+\frac{x'\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \tag{7}$$

Вводя величину $\beta=\frac{\upsilon}{c}$, формулы преобразования (6) и (7) можно записать в следующем виде:

$$x'=\frac{x-\beta ct}{\sqrt{1-\beta^2}};\;\; y'=y;\;\; z'=z;\;\; t'=\frac{t-\beta x/c}{\sqrt{1-\beta^2}};\;\; \left(\beta=\frac{\upsilon}{c}\right) \tag{8}$$

$$x=\frac{x'+\beta ct'}{\sqrt{1-\beta^2}};\;\; y=y';\;\; z=z';\;\; t=\frac{t'+\beta x'/c}{\sqrt{1-\beta^2}};\;\; \left(\beta=\frac{\upsilon}{c}\right) \tag{9}$$

На основе полученных преобразований координат и времени можно дать еще одну *формулировку принципа относительности*: **физические законы инвариантны относительно преобразований Лоренца.**

Подставив формулы (7) в выражение для пространственно-временного интервала можно убедиться в инвариантности интервала между событиями относительно преобразований Лоренца.

$$dS^2=c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2=c^2dt^2-dr^2$$

В случае смещения ИСО вдоль оси x, смещение $dy=dz=0$, и тогда

$$dS^2=c^2dt^2-dx^2=\frac{1}{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}\left[c^2\left(dt'+\frac{\upsilon}{c^2}dx'\right)^2-\left(dx'+\upsilon dt'\right)^2\right]=$$

$$=c^2\left(dt'\right)^2-\left(dx'\right)^2=\left(dS'\right)^2$$

Отсюда: $$dS=dS'=invar$$

Поскольку ИСО K и K', были выбраны произвольно, то из полученного результата следует, что пространственно-временной интервал двух событий имеет одно и то же значение во всех ИСО. Иными словами, **интервал является инвариантом по отношению к преобразованиям Лоренца.**

В предельном случае $c\to\infty,\;\beta=0,\;\beta c=\upsilon$ мы получаем:

$$x=x'+\upsilon t';\;\; y=y';\;\; z=z';\;\; t=t'$$

преобразования Галилея, справедливые в нерелятивистской механике.

Преобразования Лоренца демонстрируют неразрывную связь между пространством и временем. Нельзя говорить о пространстве отдельно от времени. Пространство и время взаимосвязаны и образуют четырехмерное пространство-время.

3. Сложение скоростей в релятивистской механике

Третье следствие: ***закон сложения скоростей в релятивистской механике.*** Если скорость света максимально возможная скорость распространения сигнала, то что будет, если свет испускается движущимся источником в направлении его скорости $\vec{\upsilon}$? Согласно закону сложения скоростей, следующему из преобразований Галилея, скорость света должна быть равна $c+\upsilon$. Но в теории относительности это невозможно. Чтобы ответить на этот вопрос используем преобразования Лоренца для бесконечно малых изменений координат и времени:

$$dx=\frac{dx'+\upsilon dt'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}};\;\; dy=dy';\;\; dz=dz';\;\; dt=\frac{dt'+\frac{\upsilon dx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \tag{10}$$

По определению скорости ее компоненты в системе отсчета K находятся как отношения соответствующих перемещений к временным интервалам:

$$u_x = \frac{dx}{dt}; \;\; u_y = \frac{dy}{dt}; \;\; u_z = \frac{dz}{dt}; \tag{11}$$

а в системе K'

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}; \;\; u'_y = \frac{dy'}{dt'}; \;\; u'_z = \frac{dz'}{dt'}; \tag{12}$$

Подставив (10) в (11) и поделив числители и знаменатели на dt' получим:

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + \upsilon dt'}{dt' + \frac{\upsilon dx'}{c^2}} = \frac{u'_x + \upsilon}{1 + \frac{\upsilon u'_x}{c^2}}; \;\; u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{u'_y\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 + \frac{\upsilon u'_x}{c^2}}; \;\; u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{u'_z\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 + \frac{\upsilon u'_x}{c^2}} \tag{13}$$

Соотношения (13) представляют собой формулы для преобразования скоростей в релятивистской механике (закон сложения скоростей в релятивистской механике).

Формулы обратного преобразования получаются при замене штрихованных величин на нештрихованные и обратно и заменой υ на $-\upsilon$:

$$u'_x = \frac{dx'}{dt} = \frac{dx - \upsilon dt}{dt - \frac{\upsilon dx}{c^2}} = \frac{u_x - \upsilon}{1 - \frac{\upsilon u_x}{c^2}}; \;\; u'_y = \frac{dy'}{dt} = \frac{u_y\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 - \frac{\upsilon u_x}{c^2}}; \;\; u'_z = \frac{dz'}{dt} = \frac{u_z\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 - \frac{\upsilon u_x}{c^2}} \tag{14}$$

Если движение одномерное вдоль оси x, то скорости в других направлениях равны нулю $u_y = u_z = u'_y = u'_z = 0$, тогда скорость равна:

$$u = \frac{u' + \upsilon}{1 + \frac{\upsilon u'}{c^2}} \quad \text{или} \quad u' = \frac{u - \upsilon}{1 - \frac{\upsilon u}{c^2}} \tag{15}$$

Вернемся к нашему вопросу, заданному вначале этого параграфа. Допустим, что в системе K' скорость света равна c, т.е. $u' = c$, тогда его скорость в системе K определится по формуле (15):

$$u = \frac{c + \upsilon}{1 + \frac{\upsilon c}{c^2}} = c \tag{16}$$

Таким образом, из преобразований Лоренца следует, что ***скорость света одна и та же в различных ИСО. Этот вывод соответствует принципу постоянства скорости света во всех ИСО.*** Из формул преобразований Лоренца следует также, что скорость света максимальна. Если скорость тела будет больше скорости света, то формально подкоренное выражение в формулах (6) и (7) будет отрицательным, значит появится мнимое число.

Когда скорость движения подвижной системы отсчета $\upsilon \ll c$, преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея, мы получаем обычный закон сложения скоростей:

$$u_x = u'_x + \upsilon; \;\; u_y = u'_y; \;\; u_z = u'_z; \quad \text{или} \quad u'_x = u_x - \upsilon; \;\; u'_y = u_y; \;\; u'_z = u_z;$$

Таким образом, законы классической механики применимы, если скорости объектов много меньше скорости света. Теория относительности не зачеркнула достижения классической физики, она установила рамки их применимости.

Вопросы для самоконтроля и обсуждения

1. Каковы результат и значение эксперимента Хафеля и Китинга?
2. Какие фундаментальные свойства пространства и времени отражают формулы преобразований Лоренца для координат и времени?

3. Чем формулы преобразования координат и времени в теории относительности радикально отличаются от формул преобразования Галилея в классической механике? Осуществите предельный переход в формулах Лоренца к малым скоростям.
4. Докажите инвариантность пространственно-временного интервала с помощью преобразований Лоренца.
5. Каков релятивистский закон сложения скоростей?