

1-лекция

Мектепте сандық жүйені оқыту. Натурал сандардың бөлінгіштік белгілері

1. Сандар жүйесінің кеңеюі, шарттары.
2. Мектептегі сан ұғымы.
3. Натурал сандар ұғымы және оның мазмұны
4. «Натурал сандардың бөлінгіштігі» тақырыбын оқытудың негізгі мақсаты. Бұл тақырыптың оқулықтардағы баяндалу нұсқалары.
5. "Натурал сандардың бөлінгіштік белгілері" тақырыбын өтуге өйтүрткі.
6. Натурал санның қосындының және көбейтіндінің бөлінгіштігі.
7. Натурал санның 2-ге, 3-ке, 5-ке, 9-ға, 10-ға бөлінгіштік белгілері

Әдебиеттер:

1. Рахымбек Д. Арифметика, алгебра, анализ бастамаларын оқыту әдістемесі. /Оқулық/ - Шымкент: М. Әуезов атындағы ОҚМУ баспа орталығы 2016. – 432 б
2. Рахымбек Д. **Мектепте сандық жүйені оқыту әдістемесі:** Оқу құралы. /Д. Рахымбек. – Шымкент: ОҚМПУ, 2020. - 98 бет.
3. Елубаев С. Математиканы оқыту әдістемесі. – Алматы; Эверо, 2016
4. Мектеп оқулықтары
5. Мұғалімге арналған оқу-әдістемелік құралдар

1. Сандар жүйесінің кеңеюі

Мектеп математика курсына сандарды оқыту мынадай жүйемен жүргізіледі: $N \rightarrow Q^+ \rightarrow Q \rightarrow R$. Мұны сан ұғымының кеңеюінің тарихи құрылым жүйесі деп те айтады. Математикада бөлшек сандар теріс сандарға қарағанда әлдеқайда бұрын пайда болған.

Математика ғылымында сандардың дамуының өзгеше жүйесі қабылданған: $N \rightarrow Z \rightarrow Q \rightarrow R$. Мұны сандар ұғымы дамуының логикалық (теориялық) құрылымы дейді. Тарихи жүйеден оның өзгешілігі теріс сандардың бұрын енгізілуінде. Сондықтан бұл жүйеде натурал саннан кейін бүтін сандар оқытылады.

Сандар жиынының логикалық (теориялық) құрылымы негізінде мектеп математика курсына құру әр уақытта мүмкін бола бермейді. Сандар жиынының кеңеюінің логикалық құрылымы математика ғылымының ішкі талаптарын қанағаттандыруға негізделген. Бұл оқушылардың шама-шарқына, жас ерекшеліктеріне, білім дәрежесіне әр кезде сәйкес келе бермейді. Сондықтан мектепте сандар жүйесін кеңейту мәселесін қойғанда сандардың келіп шығуы мен тарихи дамуын да ескеруге тура келеді.

Мектеп курсының тарихи құрылымның жолына түсуінің басты себебі – бөлшек сандар адам өмірінің тәжірибесімен байданысты, сонымен қатар бөлшек сандар ұғымын оқушыларға түсіндіру теріс сандар ұғымын түсіндіруге қарағанда жеңіл.

Мектептегі сандық жүйені кеңейту төмендегі төрт шартты қанағаттандыратындығы белгілі. Айталық А жиыны В жиынына дейін кеңейтілген болсын, сонда: 1) А жиыны В жиынының ішкі жиыны болуы керек; 2) А жиынында орындалатын барлық амалдар В жиынында да орындалуы тиіс; 3) А жиынында орындалмайтын амалдар В жиынында орындалуы тиіс; 4) В жиыны жоғарыдағы (1-3) шартты қанағаттандыратын барлық жиындардың ішіндегі ең кішісі болуы керек.

Математикада сандық жүйені құрудың екі тәсілі бар: аксиоматикалық және конструктивті. Мектеп курсына осы екі тәсілдің екеуінің де элементтері кездеседі.

2. Мектеп математика курсынағы сан ұғымы.

Сан – математика ғылымының, сонымен қатар мектеп математика курсының да ең негізгі ұғымдарының бірі. Сан ұғымы мектептің бірінші сыныбынан бастап, соңғы сыныпқа дейін үзбей оқытылатын және қолданылатын бірден бір ұғым.

Бүкіл мектеп математика курсын оқыту барысында «Сан» дегеніміз не? - деген сұраққа жеткілікті негізделген жауап беру мүмкін емес. «Сан» термині мектеп математика курсындағы сан ұғымының кеңеюіне байланысты қарастырылатын сандар жиынының кез келген элементін білдіреді. Мысалы, бастауыш сынып оқушылары үшін «сан» термині натурал сан мен нөл, ал бесінші сынып оқушылары үшін сан атауы – натурал сан, нөл, жай бөлшек, ондық бөлшек, алтыншы сыныпта – рационал, одан әрі қарай – нақты сандар түсініледі.

Мектепте бүтін, рационал, нақты сандарға анықтама натурал сан ұғымына негізделіп беріледі. Натурал сан ұғымының өзіне анықтама тұжырымдалмайды, оған тек түсініктеме ғана беріледі.

Мектеп математика курсындағы сандар жүйесін кеңейтудің мүмкін болатын нұсқаларын қарастырайық:

1. Алдымен натурал сандар, одан кейін ретімен **оң жай бөлшектер және ондық бөлшектер, теріс сандар, рационал сандар, нақты сандар** оқып-үйреніледі. XX ғасырдың жетпісінші жылдарына дейін сандар жүйесі осы ретпен оқытылды. Қазіргі кезде біздегі мектеп бағдарламасы да осы ретті сақтайды.

2. **Натурал саннан кейін, бірден ондық бөлшектерді** оқытуға көшуді жүзеге асыру көзделеді (Бірақ ондық бөлшек тақырыбына көшуден бұрын, жай бөлшек ұғымы және бөлімдері бірдей бөлшектерді қосу және азайту амалдары қарастырылып, ондық бөлшек ұғымын енгізуге алдын ала дайындық жұмысы жүргізіледі). Одан кейін **теріс сандар, барлық рационал сандар** жиынына амалдар қолдану оқып-үйреніледі.

Сандар жүйесін бұл ретпен оқыту өткен ғасырдың жетпісінші жылдарынан бастап енгізілген.

3. **Натурал сандармен қысқаша таныстырылғаннан кейін оған қарама-қарсы сандар енгізіледі, яғни біртіндеп «екі жаққа қарай кеңейетін» шектеулі бүтін сандар жиыны оқытылады.** Мысалы, алдымен -10 мен $+10$ аралығы, кейін -100 бен $+100$ аралығы т.с. жалғаса береді де, соңында бүтін сандардың шектеусіз екендігі айтылады. Бүтін сандарды оқыту барысында оқушылар жай бөлшектерді де оқып-үйрене бастайды, бірақ бүтін сандар жиынын түпкілікті құрып болғаннан кейін ғана, рационал сандар жиынын құруға көшеді. Сандық жүйені мұндай ретпен оқыту логикалық жүйеге жақын болғанымен, мектеп практикасында кең таралмаған.

Мектепте сандық жүйені құру, және оларды оқыту оқу бағдарламаларының мазмұнына, оқушылардың жас ерекшеліктерін ескеруге байланысты болады.

3. Натурал сандарды оқыту. Мектеп математика бағдарламасындағы «Натурал сандар» тақырыбының негізгі мазмұны төмендегідей:

Натурал сандардың нумерациясы (натурал сандарды оқу және жазу), натурал сандарға қолданылатын арифметикалық амалдар, олардың қасиеттері (қосудың және көбейтудің орын ауыстырымдылық, терімділік; қосу мен көбейтудің үлестірімділік).

Бұл тақырыптар бастауыш сыныптарда оқып-үйреніледі. Ол туралы бастауышта математиканы оқыту әдістемесі пәнінде баяндалады.

Бастауыш мектепті бітірген оқушылардың көптанбалы сандарды жазу және оқи алу, ол сандарға ауызша немесе жазбаша амалдарды еркін қолдану, амалдарды орындау ретін білу дағдылары қалыптасқан болу міндетті.

5-сыныпта натурал сандар ұғымы жалпыланады және бір жүйеге келтіріледі, бөлгіш және еселік, натурал сандардың бөлінгіштік белгілері, ең үлкен ортақ бөлгіш, ең кіші ортақ еселік, жай және құрама сандар, өзара жай сандар, натурал сандарды жай көбейткіштерге жіктеу, 2-ге, 5-ке, 10-ға, 3-ке және 9-ға бөлінгіштік белгілер, қалдықпен бөлу оқып-үйреніледі.

5-сыныпта математика пәнін оқытуда және оқу материалының баяндалуында индуктивтік әдіске басымдық беріледі. Сонымен қатар, бұл курсты оқыту барысында ішінара дедуктивті әдісті қолдану да жүзеге асырылады: кейбір ұғымдарға анықтама беріледі; белгілер, ережелер, заңдылықтар, қасиеттер т.б. түріндегі, шын мәнінде

теоремалар тұжырымдалады; белгілі қағидалар мен тұжырымдамаларға сілтемелер жасай отырып, жаңа ұйғарымдардың дұрыстығына көз жеткізіледі. **Сондықтан да, бұл сыныпта математика курсы оқытудағы негізгі әдісті - индуктивтік әдіске басымдық бере отырып, біртіндеп дедуктивтік әдіске көшуді жүзеге асыру деп те айтады.**

Әдетте, бастауыш мектеп бітірген оқушылар көп таңбалы сандарды жаза білетін және оқи алатын, оларда арифметикалық төрт амалды орындайтындай дайындықпен келеді. Дегенмен, оқушылардың бастауышта меңгерген білімдерін қайта жаңғырту, қайталап тиянақтауға тура келеді. Бесінші сыныптағы математика курсы бастауыш пен негізгі мектеп арасындағы сабақтастықты қамтамасыз етеді.

5-сыныпта «Натурал сандар және оларға қолданылатын амалдар» тақырыбын оқып-үйренудегі негізгі мақсат – бастауыш сыныпта оқушылардың алған есептеу біліктіліктері мен дағдыларын бекіту және оны жетілдіру.

5-сыныпта арифметикалық материалдарды оқытуда мына мәселелерге ерекше назар аударылуы керек.

1. Көптаңбалы натурал сандарды оқып, жаза білу.
2. Натурал сандарға қолданылатын амалдардың қасиеттерін білу.
3. Арифметикалық төрт амалды еркін орындау.
4. Арифметикалық төрт амал араласып келген өрнектердегі амалдарды қатесіз орындау.
5. Жақшасы бар өрнектердегі амалдарды орындау ретін білу.

Натурал сандардың бөлінгіштік белгілерін оқыту

1. «Натурал сандардың бөлінгіштігі» тақырыбын оқытудың негізгі мақсаты..

«Натурал сандардың бөлінгіштігі» тақырыбын оқытудың негізгі мақсаты: *натурал сандар туралы білімдерді кеңейту, кез келген натурал санды жай сандардың көбейтіндісі түрінде қарастыра білу және жай бөлшектер тақырыбын оқып үйрену үшін қажетті бөлшектерді қысқарту, бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру ұғымдарын меңгеруге негіз қалау.*

Сандардың бөлінгіштігі тақырыбында сандар теориясының негіздері қарастырылады: натурал сандардың бөлінгіштік белгілері, жай және құрама сан, берілген сандардың ең үлкен ортақ бөлгіші және ең кіші ортақ еселігі.

Натурал сандардың бөлінгіштік белгілерінің оқулықтардағы баяндалу нұсқалары

Сандардың бөлінгіштігі тақырыбын оқыту реті оқулықтарда әр түрлі қарастырылады. Кейбір оқулықтарда натурал сандардың бөлінгіштігі жай бөлшектер тақырыбының құрамына енеді де, жай бөлшек пен натурал сандардың бөлінгіштігін өзара тығыз байланыста қарастыру көзделген. Бұл жүйе бойынша оқушылар екі санның ең үлкен ортақ бөлгіші бөлшектің алымы мен бөлімін қысқарту, ал ортақ еселік бөлшектердің бөлімін ортақ бөлімге келтіру үшін қажет екендігін мақсатты түсінуге мүмкіндік береді.

Ал кейбір оқулықтар натурал сандардың бөлінгіштігін натурал сандар тақырыбының жалғасы ретінде өтуді көздейді. Бұл натурал сандарды және оның қасиеттерін жүйелі меңгеруге мүмкіндік береді. Қазіргі оқу бағдарламалары мен оқулықтар осы бағытты ұстанады.

Бөлгіш және еселік. Сандардың бөлінгіштігі тақырыбындағы оқушылардың игеруіне тиісті алғашқы ұғымдар натурал санның **бөлгіші және еселігі**. Натурал санның еселігі ұғымын меңгеру оқушыларға айтарлықтай қиындық туғызбайды. Себебі еселеу ұғымы, берілген санды еселейтін санға көбейту ретінде бастауыш сыныпта көптеген есептер шығару барысында қалыптасқан. Енді кез келген натурал санға еселі сандарды табу үшін, 1,2,3,4,5,... сандарға көбейтіп, берілген санға еселі сандарды жаза білуге дағдыландыру жеткілікті.

Осы уақытқа дейін натурал санның бөлгіші ұғымы, қандай да бір берілген санды бөлетін сан ретінде түсінілген, ондағы бөлудің нәтижесі де екі түрлі болатын: бөлгішке берілген сан қалдықсыз бөлінеді немесе қалдық қалады. Бұл екі жағдайда да бір санды

екінші санға бөлу амалы орындалады. Ендігі жерде санның бөлгіші деп тек қана берілген сан қалдықсыз бөлінетін санды айтатын болады.

21 санын 6-ға бөлгендегі бөлінді 3 саны бөлінді, 3 – қалдық болса, онда 6 - бөлгіш, 3 толымсыз бөлінді, ал 3 - қалдық деп аталынады. Жалпы түрде, p санын q санына бөлгендегі бөлінді n болып, r қалдық қалса, яғни $p = nq + r$ түрінде жазылады. Мұнда $r < q$.

Бұдан былай 6 саны 21 санының бөлгіші деп аталмайтын болады. 6 саны 21 санын бөлетін сан. Ал, 21 санының бөлгіштері ол қалдықсыз бөлінетін 1,3,7,21 сандар ғана болады.

Қандай да бір натурал сан, берілген натурал санның бөлгіші болатынын, не болмайтындығын анықтау үшін бөлу амалын орындайды. Егер сан, берілген санның бөлгіші болса, онда бөлінді де сол санның бөлгіші болатындығы оқушыларға ескертіледі. Мысалы, 48 санының бөлгіші 6, 48-ді 6-ға бөлгендегі бөлінді 8 саны да 48-дің бөлгіші.

Осындай қағидалар айтылғаннан кейін санның бөлгіштерін табудың мынадай жолы ұсынылады. Кез келген натурал санның бөлгіштерін табу үшін, ол санды ретімен 1,2,3,... сандарына бөліп қашан бөлінді **бөлетін** саннан кіші болғанға дейін жүргізіледі. Сонда бөлінгіш қалдықсыз бөлінетін **сандар мен бөлінділер** - бөлгіштер болып табылады.

Мысалы, 32 санының бөлгіштерін табу керек болсын. 32 санын 1,2,3,4, ... сандарына бөлу амалын орындайық:

- 32 : 1 = 32 – 32 санының бөлгіштері 1 және 32;
- 32 : 2 = 16 – 32 санының бөлгіштері 2 және 16;
- 32 : 3 = 10(қалд.2) – 3 саны 32 санының бөлгіші емес;
- 32 : 4 = 8 - 32 санының бөлгіштері 4 және 8;
- 32 : 5 = 6(қалд. 2) - 5 саны 32 санының бөлгіші емес;
- 32 : 6 = 5(қалд. 2) - 6 саны 32 санының бөлгіші емес.

Соңғы жағдайда 32 санын 6-ға бөлгенде бөлінді 5, бөлетін саннан кіші ($5 < 6$). Бөліп тексеруді ары қарай жалғастырудың қажеті жоқ.

Сонда 32 санының бөлгіштері 1,2,4,8,16,32 сандары болады және 32 саны 1,2,4,8,16,32 сандарына бөлінеді дейді.

Санның еселігі және бөлгіштерінің арасындағы өзара байланыстың мәнін ашып көрсетудің де маңызы ерекше: *қандай да бір сан, берілген санның бөлгіші болса, онда берілген санның өзі бөлгішке еселі болады.*

3. Жай және құрама сандар. Санның бөлгіштерін табуға бірнеше жаттығу орындағаннан кейін, натурал сандар қатарынан төмендегідей кесте құрып, олардың бөлгіштерін табуға тапсырма беріледі.

Сан	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Бөлгіші	1	1,2	1,3	1,2,4	1,5	1,2,3,6	1,7	1,2,4,8	1,3,9	1,2,5,10

Сан	11	12	13	14	15	16	17
Бөлгіші	1,11	1,2,3,4,6,12	1,13	1,2,7,14	1,3,5,15	1,2,4,8,16	1,17

Сан	18	19	20	21	22	23
Бөлгіші	1,2,3,6,9,18	1,19	1,2,4,5,10,20	1,3,7,21	1,2,11,22	1,23

Кестеден оқушылар натурал сандарды бөлгіштерінің саны бойынша екі топқа бөлуге болатындығын байқайды: бірінші топта екі ғана бөлгіші бар, олардың біреуі 1 саны, екіншісі сол санның өзі; екінші топта екіден артық бөлгіштері бар сандар. *1-ге және өзіне ғана бөлінетін натурал сандар жай сандар* деп аталынатындығы айтылады. 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29, ... – жай сандар. *Екіден көп бөлгіштері бар болатын сандар құрама сандар.*

Кестеден жай сандарды бір қатарға, екінші қатарға құрама сандарды теріп жазып, олардың не себепті жай сан, неге құрама сан екендігі анықталады. Натурал сан – 1, жай

санға да, құрама санға да жатпайтындығы ескертіледі. 2 – ең кіші жай сан. Натурал сан сияқты жай сан да шексіз көп. Егер берілген натурал санның жай сан екендігін білу қиын болған жағдайда, оқулықтың фарзеңінде келтірілген жай сандардың кестесіне жүгіну керектігі айтылады.

Натурал сандардың бөлінгіштік белгілерін өткеннен кейін, үйірме сабағында жай сандар өте ерте замандардан-ақ математиктерді қызықтырып келгендігін айтып, жай сандар кестесін түзудің ең ежелгі және қарапайым тәсілі Эратосфен «қалбыры» туралы мәлімет берген пайдалы.

Натурал сандардың бөлінгіштік белгілері. «Натурал сандардың бөлінгіштік белгілері» тақырыбын өтуден алдын, оқушылардың тақырыпқа көңілін аударатындай әңгіме жүргізіледі. Қандай да бір санның екінші бір санға бөлінетін не бөлінбейтіндігін білу үшін біріншісін екіншісіне бөлу амалын орындадық. Математикада қандай да бір натурал санның екінші санға бөлінетін немесе бөлінбейтіндігін бөлу амалын орындамай-ақ білуге болатын ережелер бар. Ондай ережелерді сандардың бөлінгіштік белгілері деп атайды.

Мектепте негізінен:

- 1) қосындының және көбейтіндінің бөлінгіштік белгілері;
- 2) натурал санның 2-ге, 3-ке, 5-ке, 9-ға, 10-ға бөлінгіштік белгілері оқытылады.

Қосындының және көбейтіндінің бөлінгіштігі

Алдымен қосындының және көбейтіндінің бөлінгіштік белгілері қарастырылады. Қосындының бөлінгіштік белгісін негіздеу индуктивті әдіспен жүзеге асырылады. $48+64+96$ қосындысының әрбір қосылғышы 16 санына бөлінеді, қосынды 208 саны да 16-ға бөлінеді. Осы сияқты бірнеше мысал қарастырылғаннан кейін ереже тұжырымдалады:

Егер қосылғыштардың әрқайсысы қандай да бір санға бөлінсе, онда қосынды да сол санға бөлінеді. Немесе, қандай да бір сан қосылғыштардың әрқайсысының бөлгіші болса, ол сан қосындының да бөлгіші болады.

Бірақ, қосылғыштардың әрқайсысы қандай да бір санға бөлінбейтін болса, қосынды да ол санға бөлінбейді екен деп ойлап қалмау керек. Мысалы, $37+19$ сандарының қосындысы 56 саны 4-ке бөлінеді, ал қосылғыштар 4-ке бөлінбейді. Осыдан проблемалық ахуал туындайды: қандай жағдайда қосылғыштардың әрқайсысы қандай да бір санға бөлінбегенімен, қосынды ол санға бөлінеді.

Сәйкес бірнеше мысалдар қарастырылғаннан кейін оқушылардың өздері ереже тұжырымдап айта алады: *Қосылғыштардың әрқайсысын қандай да бір санға бөлгендегі қалдықтардың қосындысы сол санға бөлінетін болса, онда қосынды да сол санға бөлінеді*

Нақты мысалдар қарастыру нәтижесінде көбейтіндінің бөлінгіштік белгілері тұжырымдалады: *Көбейгіштердің ең болмағанда біреуі қандайда бір санға бөлінетін болса, онда көбейтінді де сол санға бөлінеді.* Мысалы, $125 \cdot 37 \cdot 49 \cdot 55$ көбейтіндісі 5-ке бөлінеді, өйткені көбейткіштердің ең болмағанда біреуі – 125 және 55 сандары 5-ке еселі. Бұл көбейтіндіде 7-ге еселі жалғыз 49 саны болғандықтан көбейтінді 7 санына да бөлінеді. **2-ге, 3-ке, 5-ке, 9-ға және 10-ға бөлінгіштік белгілер.** Қосындының және көбейтіндінің бөлінгіштік белгілері натурал сандардың 2-ге, 3-ке, 5-ке, 9-ға және 10-ға бөлінгіштік белгілерін негіздеу үшін қажет.

Қосындының және көбейтіндінің бөлінгіштік белгілерін тұжырымдау барысында оқушылар интуитивті түрде конъюнктивті немесе дизъюнктивті логикалық байланыстардың мәнін түсіне бастайды.

Оқушылар жоғарыдағыдай өздері құрастырған кестеден немесе мұғалім ұсынған мысалдарға бақылау жасай отырып, натурал сан 0, 2, 4, 6, 8 цифрларымен, яғни жұп сандармен аяқталса 2-ге бөлінетіндігіне көздері жетеді.

2-ге бөлінгіштік белгі: *Егер натурал санның соңғы цифры 2-ге бөлінсе, сан 2-ге бөлінеді.* (Натурал сан жұп санмен аяқталса, онда ол сан 2-ге бөлінеді.)

Бұл ұйғарымның дұрыстығына көз жеткізу үшін үш не төрт таңбалы сан алып, разрядты қосылғыштар түрінде жазады. Разрядты қосылғыштарға қосындының және көбейтіндінің бөлінгіштік белгілерін пайдаланып пайымдаулар жүргізіледі.

Айталық, \overline{abc} үш таңбалы сан, мұндағы c саны 2-ге еселі. Сонда

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c.$$

10 және 100 сандары 2-ге бөлінеді, сондықтан $a \cdot 100$, $b \cdot 10$ көбейтінділер 2-ге бөлінеді, бастапқы ұйғаруымыз бойынша c саны да 2-ге бөлінеді. Демек, $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ қосындысы 2-ге бөлінеді. Олай болса, жұп цифрмен аяқталатын \overline{abc} натурал саны 2-ге бөлінеді екен.

Осылайша пайымдаулар жасау, оқушылардың математика пәнінің дедуктивті сипатын түсінуге алғашқы дайындық болып табылады.

Кері тұжырым да дұрыс: Егер натурал сан 2-ге бөлінсе, онда ол санның соңғы цифры 2-ге бөлінеді.

Натурал санның 2-ге бөлінгіштік белгісін оқып үйрену барысында, егер натурал санның соңғы цифры 2-ге бөлінсе жұп болатынын, ал жұп сан болса, оның соңғы цифры 2-ге еселі сан екендігін оқушылар біліп алуы керек. Бұл натурал санның жұп болуының қажетті және жеткілікті шарты: натурал сан жұп болуы үшін, оның соңғы цифры жұп болуы қажетті және жеткілікті.

Осындай пайымдаулар нәтижесінде натурал санның 5-ке, 10-ға бөлінгіштік белгілері де тұжырымдалады.

5-ке бөлінгіштік белгі. Егер натурал санның соңғы цифры не 0 не 5 (0 немесе 5) болса, онда ол сан 5-ке бөлінеді.

10-ға бөлінгіштік белгі. Егер натурал санның соңғы цифры 0 болса, онда ол сан 10-ға бөлінеді.