13-лекция
Параллель түзулер ұғымы

Жоспары:

1. Түзулердің параллелдігі тақырыбын оқыту
2. Екі түзуді үшінші түзумен қиғанда пайда болатын бұрыштар
3. Параллель түзулер ұғымын енгізу
4 Паралель түзулерді анықтау.
5 Параллельдік аксиомасы.
6. Түзулердің параллелдік белгілері мен қасиеттері.

Әдебиеттер:

1. Рахымбек Д., Кенеш Ә.С.Мектеп геометрия (планиметрия) курсын оқыту әдістемесі: Оқу құралы. / Д. Рахымбек, Ә.С.Кенеш –Алматы: Эверо,2015. – 320 б.
2. Мектеп оқулықтары
3. Мұғалімге арналған оқу-әдістемелік құралдар

1 Түзулердің параллелдігі тақырыбын оқыту

Параллель және перпендикуляр түзулерді оқыту қолданыста жүрген оқулықтарда әртүрлі ретпен беріледі. Бұл тақырыптар негізінен мынадай мәселелерді қамтиды:

- Параллель түзулер ұғымы;
- Параллельдік аксиомасы;
- Перпендикуляр түзулер;
- Екі түзудің параллельдік белгілері;
- Параллель түзулердің қасиеттері;
- Перпендикуляр және көлбеу;
- Берілген түзуге берілген нүктеден перпендикуляр түсіру (тұрғызу);
- Берілген нүктеден берілген түзуге параллель түзу жүргізу.

Параллель және перпендикуляр тақырыбын оқыту реті әр түрлі оқулықтарда түрліше. Кейбір оқулықтарда жазықтықтағы түзулердің параллельдігін оқыту үшбұрыштар тақырыбынан кейін жүргізіледі. Ал, басқаларында алдымен «techреллель түзулер» тақырыбы сонан соң «үшбұрыштар» тақырыбы оқытылады. Қандай жағдайда да оқушылардың алдыңғы сыныптарда параллель түзулер туралы алған білімдерін ескеру керек.

Оқушыларда V және VI сынып математика курсынан параллель түзулер туралы кейбір түсініктер қалыптасқан болатын.

Енді оқушылардың есіндегі осы деректерді қалпына келтіріп, оларды қоршаған ортаның бірқатар мысалдарымен бекітіп, параллель түзулер туралы нақты түсінік қалыптастыру қажет. Осы мақсатта, мұғалім сыныпта әңгіме жүргізеді. Оның барысында оқушылар параллель түзулердің мысалдарын келтіріп, оларды қоршаған ортаның таныс заттары (мысалы, үстелдің, дәптердің, кітаптың қарама-қарсы қырлары) және куб пен параллелепипедтердің модельдері арқылы көрсетеді.

Дайын сызба арқылы екі түзудуің әр түрлі орналасуынан қиылсатын түзулер, олардың қиылысу нүктсі; қиылыспайтын түзулер, параллель түзулер, параллель түзулердің ара қашықтығы. Екі түзу қандай жағдайда параллель болатындығы ауызша қайталанады: жазықтықтағы түзулер қиылыспаса; бір түзуден бірдей қашықтықтағы түзулуер; екі түзудің бір түзуге перпендикуляр болуы; параллель кесінділер, паралель сәулелер т.б..

Тақырыпты оқу барысында оқушылар:

екі түзуді үшінші түзумен қиған кезде пайда болған бұрыштар, олардың қасиеттері,
параллелдік аксиома,
параллель түзулердің белгілері мен
қасиеттері және
оларды есептер шығаруда қолдануға үйренеді.

3. Параллель түзулер ұғымын енгізу

Геометрия курсын оқытуда “Параллель түзулер” ұғымын енгізу мәселесіне тоқталамыз. Ұғымды қалыптастыру мынадай негізгі кезеңдерден тұрады:

1. Ойлау нысанын (объектісін) тудыру.
2. Ұғымды атау.

3. Анықтама тұжырымдау.
4. Ұғымға келтіру (анықтамаға сәйкес ұғымды тани білу).
5. Ұғымнан салдар шығару.
6. Ұғымды жетілдіру (белгісі, қасиеттері).
7. Ұғымды дамыту (басқа ұғымдармен байланысы).

Енді осы негізгі кезеңдерді жүзеге асыру үшін ұсынылатын жаттығулар жүйесі қандай теориялық мәселелерді қамту керектігіне талдау жасап, соның негізінде оқыту тапсырмалар жүйесін құруды қарастырайық.

I. Ойлау объектісін тудыру. Жазықтықта екі түзу өзара қиылысуы, қиылыспауы және беттесуі мүмкін.

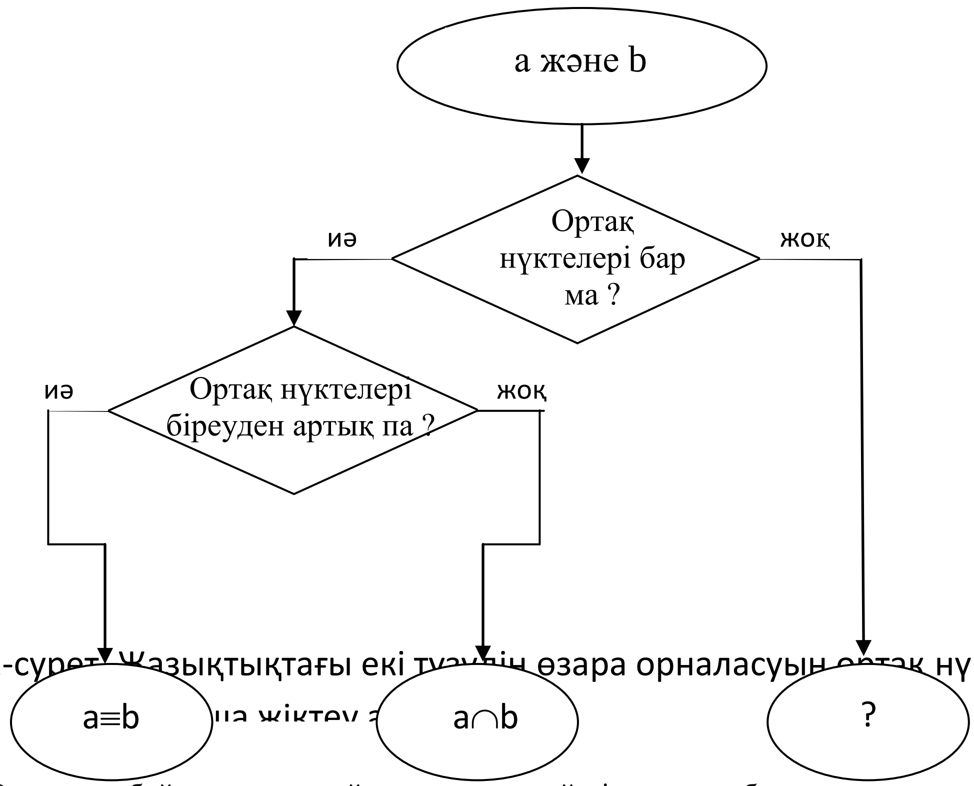
Оқушылар моделдер мен сызбаларды пайдалана отырып, өздеріне белгілі келесі тұжырымдарды еске түсіреді:

а) егер екі түзудің ортақ екі нүктесі болса, онда олар беттеседі, яғни бір түзуді құрайды (түзудің аксиомасы);

ә) егер екі түзудің бір ғана ортақ нүктесі бар болса, онда олар қиылысады.

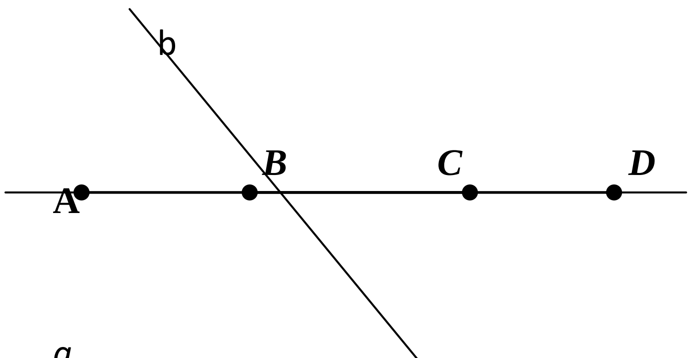
Енді жазықтықтағы екі түзудің ешқандай ортақ нүктесі болмауы мүмкін бе? - деген заңды сұрақ туындайды.

Жазықтықта екі түзудің орналасуының басқа жағдайлары бола ма? Олай болса, параллель түзулер ұғымын анықтауға байланысты ойлау объектісін тудыру үшін берілетін жаттығулар жүйесі мына 5.2-суреттегі сүлбе бойынша жүргізілуі керек. Яғни, екі түзудің өзара орналасуындағы олардың негізгі ерекшелігі ретінде «ортақ нүктесі бар» немесе «ортақ нүктесі жоқ» болу жағдайларын ала отырып, мынадай сүлбе ұсынылады:



5.2-сурет. Жазықтықтағы екі түзудің өзара орналасуын ортақ нүктелері бойынша жіктеу

Осы схема бойынша мынадай жаттығулар жүйесін ұсынуға болады.



1.1 - есеп. АВ және СD түзулері берілген (5.3-сурет).

а) АВ және СD кесінділерін қамтитын түзулердің ортақ нүктесі бар ма?

ә) Қанша ортақ нүктесі бар?

б) АВ және СD кесінділерін қамтитын түзулер өзара қалай орналасқан?

Бұл жаттығуды орындау барысында, оқушылар беттесетін түзулердің ерекшеліктерін еске түсіреді (бір жазықтықта жататын және біреуден артық ортақ нүктесі болатын түзулер).

1.2 - есеп. *АВ* және *в* түзулері берілген (5.3-сурет).

а) *АВ* және *в* түзулерінің ортақ нүктесі бар ма?

ә) *АВ* және *в* түзулерінің ортақ нүктесін атаңдар.

б) *АВ* және *в* түзулері өзара қалай орналасқан?

Бұл жаттығуды орындай отырып, оқушылар екі түзудің қиылысатын жағдайын еске түсіреді (бір жазықтықта жататын және бір ғана ортақ нүктесі болатын түзулер).

1.3 - есеп. *АВ* және *а* түзулері берілген (5.3-сурет).

а) *АВ* және *а* түзулерінің ортақ нүктесі бар ма?

б) *АВ* және *а* түзулері өзара қалай орналасқан?

Осы жаттығуды орындай отырып, оқушылар түзулердің бір жазықтықта жататын және ортақ нүктелері болмайтын жағдайымен танысады.

II. Түзулердің өзара орналасуының осы жағдайларына атау беріледі. Сонымен жазықтықта екі түзудің өзара орналасуының үш жағдайы болады екен, яғни екі түзу беттеседі, қиылысады және олардың ортақ нүктесі жоқ. Екі түзудің ортақ нүктесі жоқ, яғни қиылыспайтын түзулерді *параллель* түзулер деп атайтын боламыз.

III. Ұғымдармен жұмыс жүргізгенде қолданылатын логикалық амалдардың бірі – *ұғымдарды анықтау.*

Оқыту үдерісінде оқушыларды математикалық ұғымдардың анықтамаларын дұрыс және дәл тұжырымдауға баулуға ерекше назар аударылады. Математикалық ұғымдарға дәл анықтама беруге үйрету арқылы оқушылардың математикалық білімдерді саналы игеруі қамтамасыз етіледі, олардың логикалық ойлауы жетілдіріле түседі.

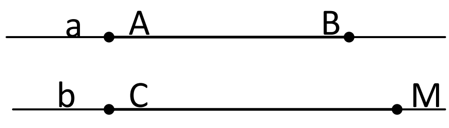
Беттесетін түзулер деп бір жазықтықта жататын және біреуден артық ортақ нүктесі болатын түзулерді атайды.

Қиылысатын түзулер деп бір жазықтықта жататын және бір ғана ортақ нүктесі болатын түзулерді атайды.

Оқушылар әзірге түзулердің бір жазықтықта жату қажеттігін ескермей, параллель түзулердің анықтамасын (қиылыспайтын түзулер ретінде) тұжырымдайды. Сонан соң мұғалім сынып ішінде немесе кубтың немесе папалелепипедтің моделдерінде қиылыспайтын, бірақ параллель түзулер деп атауға болмайтын түзулердің мысалдарын көрсетеді. Мұндай мысалдар параллель түзулердің анықтамасын дәл тұжырымдауға мүмкіндік береді (яғни, бір жазықтықта жатқан және қиылыспайтын түзулер).

***Параллель түзулер* деп бір жазықтықта жататын және ортақ нүктесі болмайтын түзулерді атайды.**

Түзулердің параллельдігін белгілеу үшін «||» таңбасы пайдаланылады. $a||b$ жазуы былай оқылады: «*a* түзуі *b* түзуіне параллель». Параллель түзулерде жатқан кесінділер де, сәулелер де параллель. 5.4-суреттегі *a* және *b* түзулерінде жатқан *АВ* мен *СМ* кесінділері де, сондай-ақ *АВ* мен *СМ* сәулелері де параллель болады: *АВ* || *СМ.*



5.4-сурет

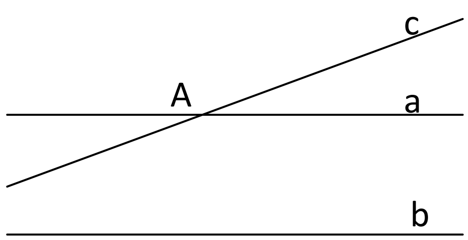
Жазықтықта M нүктесі арқылы шексіз көп түзулер жүргізуге болатыны белгілі. Сонда берілген M нүктесі арқылы өтетін және берілген a түзуіне параллель неше түзу жүргізуге болады? M нүктесі берілсін. Екі қырлы сызғыштың бір қырын M нүктесіне дәл келтіріп қойып, оның екінші қыры арқылы $CM = b$ түзуін сызайық, яғни $a \parallel b$. M нүктесі арқылы өтетін түзуді b арқылы белгіледік. Демек, M нүктесі арқылы өтетін және қайсыбір a түзуіне параллель болатын b түзуі табылады. Жоғарыда қойылған сұраққа мына аксиома жауап береді.

Жазықтықта берілген түзудің бойында жатпайтын нүкте арқылы берілген түзуге параллель тек бір ғана түзу өтеді.

Бұл сөйлем екі түзудің **параллельдік аксиомасы** деп аталады.

Ол көптеген теоремаларды дәлелдеуде маңызды роль атқарады.

1-мысал. Параллель екі түзудің бірін қиып өтетін түзу оның екіншісін де қиып өте ме?



5.5-сурет

Шешуі. Айталық $a \parallel b$ және $a \cap c = A$ (5.5-сурет) болсын. Егер b және c түзулері қиылыспайтын бс A нүктесі арқылы b түзуіне параллель әр түрлі a және c түзулері өт мағa қайшы. Олай болса, c түзуі a түзуін қиып өтсе, онда ол b түзуін де қиып өтуі керек.

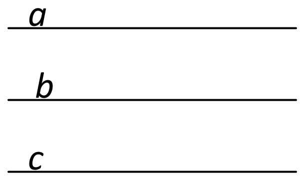
IV. Ұғымды жетілдіру (белгісін, қасиеттерін анықтау).

Жазықтықтағы екі түзудің параллель екендігін қалай білуге болады? Параллель түзулердің анықтамасына қарап, бір жазықтықта жатады және қиылыспайды деп олардың параллельдігін дәлелдеуге бола ма? - деген сұрақтар қою арқылы, оқушыларға, бұл мәселенің өзектілігін ашып көрсетуге болады.

Бір жазықтықта жатқан екі түзудің қиылыспайтындығын, яғни параллельдігін дәлелдеу үшін, түзулердің параллельдік белгісін, басқаша айтқанда олардың параллельдігінің жеткілікті шартын өрнектейтін теоремаларды беру керек.

Оқулықтарда жазықтықтағы екі түзудің үш параллельдік белгісі берілген.

1-теорема. ***Егер екі түзудің әрқайсысы үшінші түзуге параллель болса, онда бұл екі түзу өзара параллель болады.***



5.6-сурет

Б е р і л г е н і: a, b жә мен $b \parallel c$ (5.6-сурет).

Д ә л е л д е у к е р е г і: $a \parallel b$.

Д ә л е л д е у і. Мұғалім теореманы дәлелдеу идеясын баяндайды: a және b түзулері параллель болуы үшін, олардың ортақ нүктелерінің болмайтындығын, яғни қиылыспайтындығын көрсету жеткілікті. Басқаша айтқанда, с түзуіне параллель болатын a және b түзулерінің қиылыспайтындығын анықтасақ, a және b түзулері параллель болатындығын дәлелдеген боламыз.

Мұғалім: - c түзуіне параллель болатын a және b түзулерінің қиылысуы мүмкін еместігін көрсету үшін не істеуге болады?

Оқушы: а және b түзулері қиылысады деп ұйғарып, қарсы жоримыз.

Мұғалім: қарсы жору әдісінің мәні неде?

Оқушы: Қарсы жору арқылы дәлелдеу тәсілінің мәнісі сол, алдымен біз теореманың қорыттындысына қарама-қарсы ұйғарым жасаймыз. Содан кейін аксиомаларға және бұрын дәлелденген теоремаларға сүйеніп, пайымдаулар жасау арқылы не теореманың шартына, не аксиомалардың біріне, не бұрын дәлелденген теоремаға қайшы келетін қорытынды шығарып аламыз. Осының негізінде біз жасаған ұйғарым тура емес, демек, теореманың қорытындысын дұрыс деп қорытындылаймыз.

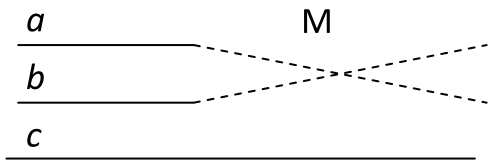
Мұғалім: Демек $a||b$ болатындығын дәлелдеуді неден бастау керек екен?

Оқушы: a және b түзулері қандайда бір M нүктесінде қиылысады деп ұйғарудан.

Мұғалім: Сонымен теореманы дәлелдеуді неден бастайтын болдық?

Оқушы: a және b түзулері қиылысады деп ұйғарудан.

Мұғалім: a және b түзулері қандайда бір M нүктесінде қиылысады ұйғарайық (5.7-сурет). Бұдан теореманың шарты бойынша қандай пайымдаулар жасауға болады?



5.7- сурет

Оқушы: Теореманың ша жасалған ұйғарым бойынша $a \cap b = M$.

Мұғалім: Бұл пайымдаудан қандай қорытынды шығарамыз?

Оқушы: Онда M нүктесі арқылы c түзуіне параллель екі түзу a мен b өтеді.

Мұғалім: Бұлай болуы мүмкін бе?

Оқушы: Мүмкін емес.

Мұғалім: Бұл қорытынды қандай аксиомаға немесе теоремаға қайшы?

Оқушы: Параллельдік аксиомасына қайшы. Параллельдік аксиомасы: Түзуде жатпайтын нүкте арқылы жазықтықта осы түзуге параллель тек бір ғана түзу жүргізуге болады.

Мұғалім: Бұл қайшылықтан қандай тұжырымға келеміз?

Оқушы: Біздің қарсы ұйғаруымыз, яғни a және b түзулері қиылысады деген дұрыс емес. Демек, $a \parallel b$ болады.

Т е о р е м а д ә л е л д е н д і.

Теореманы дәлелдеу барысында тақтада мынадай жазу пайда болады.

1. Қарсы жорып a және b түзулері M нүктесінде қиылысады деп ұйғарамыз. $a \cap b = M$.

2. M нүктесі арқылы c түзуіне параллель екі a және b түзулері өтеді. Бұл параллелдік аксиомаға қайшы.

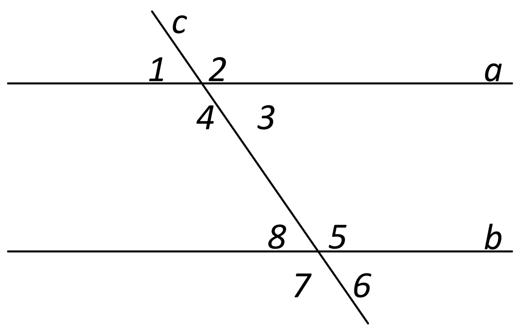
3. Бұл қайшылық жасаған ұйғарымның дұрыс еместігін, ал теореманың қорытындысының дұрыстығын, яғни $a \parallel b$ болатындығын береді.

2-теорема. ***Егер екі түзуді үшінші түзумен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда бұл түзулер параллель болады.***

3-теорема. ***Егер екі түзу үшінші түзумен қиылысқанда 1) ішкі тұстас бұрыштардың қосындысы 180^0 – қа тең болса, 2) сәйкес бұрыштар тең болса, онда берілген екі түзу параллель болады.***

2-теореманы кітаптан оқып дәлелдеуге, ал 3-теореманы дәлелдеуге берілген есеп түрінде ұсынуға болады. Ең маңыздысы екі түздің паралелдік белгісін пайдаланып түзулердің паралель екендігін анықтауға есептер шығара білуге үйрету.

1-есеп. а және b түзулері с түзуімен қиылысқан. Егер: а) $\angle 1 = 37^0, \angle 7 = 143^0$; ә) $\angle 1 = \angle 6$; б) $\angle 1 = 45^0$, ал 7-бұрыш 3-бұрыштан үш есе үлкен болса, $a \parallel b$ екендігін дәлелдеңдер (5.8-сурет).



Шешуі: а) вертикаль бұрыштар болғандықтан $\angle 1 = \angle 3 = 37^0$, сыбайлас бұрыштар болғандықтан $\angle 7 + \angle 8 = 180^0$, бұдан $\angle 8 = 180^0 - \angle 7 = 180^0 - 143^0 = 37^0$. Екі түзуді үшінші түзумен қиғанда ішкі айқыш бұрыштар тең: $\angle 3 = \angle 8$. Демек $a||в$.

Басқаша да дәлелдеуге болады: вертикаль бұрыштар болғандықтан $\angle 1 = \angle 3$ және $\angle 7 = \angle 5$. Ал, $\angle 3 + \angle 5 = 180^0$ болғандықтан, $a \parallel b$ болады.

ә) егер екі түзуді үшінші түзумен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда бұл түзулер параллель болады. Яғни $\angle 4 = \angle 5$ немесе $\angle 3 = \angle 8$ болса, онда $a \parallel b$ болады. Ал 1-бұрыш пен 3-бұрыш, 8-бұрыш пен 6-бұрыш вертикаль бұрыштар болғандықтан олар тең. Демек $\angle 1 = \angle 3$ және $\angle 6 = \angle 8$ болғандықтан ішкі айқыш бұрыштар $\angle 3 = \angle 8$ тең. Олай болса $a \parallel b$ болады.

б) $\angle 1 = 45^0$ және 7-бұрыш пен 8-бұрыш сыбайлас бұрыштар болғандықтан $\angle 7 + \angle 8 = 180^0$ болады. Ал 7-бұрыш 3-бұрыштан үш есе үлкен болғандықтан $\angle 7 = 135^0$ тең және одан $\angle 8 = 45^0$ болғандықтан, $\angle 1 = \angle 8$ болады. Егер екі түзуді үшінші түзумен қиғанда пайда болған сәйкес бұрыштар тең болса, онда бұл түзулер параллель. Яғни $\angle 1 = \angle 8$ болғандықтан $a \parallel b$ болады.

2-есеп. *AB* және *CD* кесінділері өзінің орта нүктелерінде қиылысады. *AC* және *BD* түзулерінің параллель екендігін дәлелдеңдер.

Б е р і л г е н і: $AB \cap CD = O$, мұндағы $AO = OB, CO = OD$ (5.9-сурет).

Д ә л е л д е у к е р е г і: $AC \parallel BD$

Д ә л е л д е у і. Мұғалім берілген есепті дәлелдеу идеясын баяндайды: $AC \parallel BD$ түзулері параллель болу үшін, бұл түзулерге түзулердің параллельдік белгілерінің бірі орындалатындығын көрсету жеткілікті.

Мұғалім: - Қандай жағдайда AC және BD кесінділері арқылы өтетін түзулер параллель болады?

Оқушы: AC және BD түзулерін AB қиюшысымен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштар өзара тең болса.

Мұғалім: Ол айқыш бұрыштар қайсы?

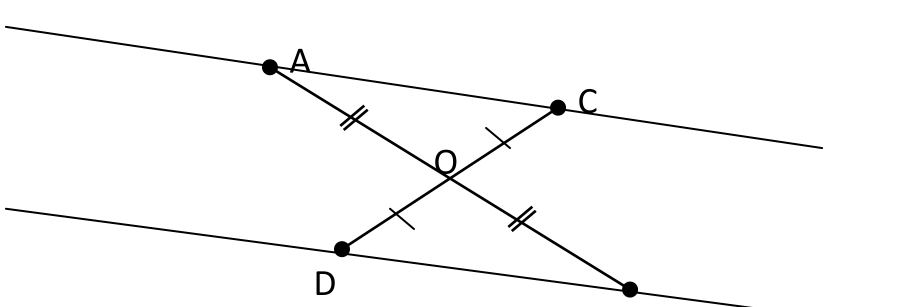
Оқушы: $\angle DBA$ және $\angle CAB$.

Мұғалім: Ол бұрыштардың теңдігін қалай көрсетуге болады (қалай білуге болады)?

Оқушы: AOC және BOD үшбұрыштарының тендігінен.

Мұғалім: Демек $AC \parallel BD$ болатындығын дәлелдеуді неден бастау керек екен?

Оқушы: $\triangle AOC = \triangle BOD$ болатындығын дәлелдеуден.



Мұғалім: Ол үшбұрı

5.9-сурет

Оқушы: Есептің шарты ɒоиынша $AO = OB, CO = OD$ және вертикаль бұрыштар болғандықтан $\angle AOC = \angle BOD$. Демек, үшбұрыштардың екі қабырғасы және олардың арасындағы бұрыштар бойынша теңдік белгісіне сәйкес $\triangle AOC = \triangle BOD$.

Мұғалім: Бұл үшбұрыштардың теңдігінен қандай қорытынды шығарамыз?

Оқушы: Бұл үшбұрыштардың сәйкес қабырғалары да, сәйкес бұрыштары да тең болады. Ендеше $\angle DBA = \angle CAB$.

Мұғалім: Бұл бұрыштар қандай түзулер мен қиюшының ішкі айқыш бұрыштары болып тұр?

Оқушы: AC және BD түзулерін AB қиюшысымен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштары.

Мұғалім: Бұдан қандай қорытынды шығаруға болады?

Оқушы: Екі түзуді үшінші бір түзумен қиғанда ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда ол түзулер параллель болады. Демек *AC* || *BD.*

Е с е п д ә л е л д е н д і.

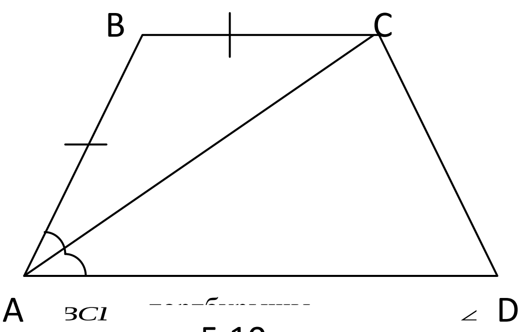
Дәлелдеуге берілген есепті шығару барысында тақтада мынадай жазу пайда болады.

1. $AO = OB, CO = OD$ - есептің шарты бойынша; $\angle AOC = \angle BOD$ вертикаль бұрыштар. Ендеше $\Delta AOC = \Delta BOD$.

2. $\Delta AOC = \Delta BOD$ болғандықтан $\angle DBA = \angle CAB$.

3. $\angle DBA = \angle CAB$ - AC және BD түзулерін AB қиюшысымен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштары, демек *AC* || *BD.*

3-есеп. 5.10-суреттегі берілгендер бойынша $BC \parallel AD$ екенін дәлелдеңдер.



Б е р і л г е ... BC ... $\angle$ ... $= \angle CAD$.

Д ә л е л д е у к е р е ...

5.10-сурет

Д ә л е л д е у і. Мұғалім берілген есепті дәлелдеу идеясын баяндайды: $ABCD$ төртбұрышында $AD \parallel BC$ екендігін дәлелдеу үшін, AD және BC түзулерін AC қиюшы түзумен қиғанда шығатын ішкі айқыш бұрыштардың тең екендігін көрсету жеткілікті.

Мұғалім: - Олай болса, қандай жағдайда AD және BC кесінділері арқылы өтетін түзулер параллель болады ?

Оқушы: AD және BC түзулерін AC қиюшысымен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштар өзара тең болса.

Мұғалім: Ол айқыш бұрыштар қайсы?

Оқушы: $\angle DAC$ және $\angle BCA$.

Мұғалім: AC қиюшы түзуінің $\angle BAD$ бұрышының биссектрисасы екендігін ескере отырып, $\angle DAC$ және $\angle BCA$ бұрыштардың теңдігін қалай көрсетуге болады (қалай білуге болады)?

Оқушы: $\angle BAC$ және $\angle BCA$ бұрыштарының тендігінен.

Мұғалім: Демек $AD \parallel BC$ болатындығын дәлелдеуді неден бастау керек екен?

Оқушы: $\angle BAC = \angle BCA$ болатындығын дәлелдеуден.

Мұғалім: Сонымен теореманы дәлелдеуді неден бастайтын болдық?

Оқушы: ABC теңбүйірлі үшбұрышын қарастырудан.

Мұғалім: Теңбүйірлі үшбұрыштың қандай қасиеті пайдаланылады?

Оқушы: Теңбүйірлі үшбұрыштың табанындағы бұрыштары тең.

Мұғалім: Бұл бұрыштардың теңдігінен қандай қорытынды шығарамыз?

Оқушы: Есептің шарты бойынша $\angle BAC = \angle CAD$. Олай болса $\angle CAD = \angle BCA$.

Мұғалім: Бұл бұрыштар қандай түзулер мен қиюшының айқыш бұрыштары болып тұр?

Оқушы: AD және BC түзулерін AC қиюшысымен қиғанда пайда болған ішкі айқыш бұрыштары.

Мұғалім: Бұдан қандай қорытынды шығаруға болады?

Оқушы: Екі түзуді үшінші бір түзумен қиғанда ішкі айқыш бұрыштар тең болса, онда ол түзулер параллель болады. Демек *AD* || *BC.*

Дәлелдеуге берілген есепті шығару барысында тақтада мынадай жазу пайда болады.

1. $AB = BC$, яғни ΔABC теңбүйірлі - есептің шарты бойынша; Ендеше $\angle BCA = \angle BAC$.

2. $\angle BAC = \angle CAD$ - есептің шарты бойынша және $\angle BCA = \angle BAC$ болғандықтан $\angle CAD = \angle BCA$.

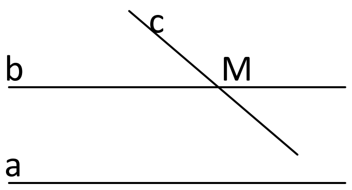
3. $\angle CAD = \angle BCA$ - AD, BC түзулері және AC қиюшының ішкі айқыш бұрыштары, демек $AD \parallel BC$.

VI. Ұғымды дамыту (басқа ұғымдармен байланысы). Параллель түзулер ұғымының басқа ұғымдармен байланысын осы тақырыптан кейінгі оқытылатын «Үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы», «Тікбұрышты үшбұрыш», «Түзуге жүргізілген перпендикулярдың бар болуы және жалғыздығы» және т.с.с. тақырыптарға қатысты есептерді шығару барысында көрсетуге болады.

Теорема. ***Қандай да бір түзу параллель екі түзудің біреуін қиып өтсе, онда ол екіншісін де қиып өтеді.***

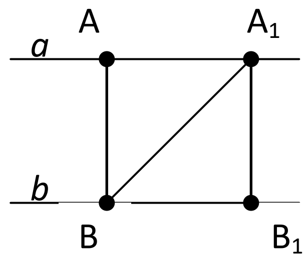
Дәлелдеуі. $a||в$ түзуі берілсін (5.11-сурет). c түзуі b түзуін M нүктесінде қияды, оның a түзуінде қиятындығын дәлелдейік.

Қарсы жорып, c түзуі a түзуімен қиылыспайды дейік. Сонда $c||a$ болады да, M нүктесі арқылы a түзуіне параллель b және c екі түзуі өтетін болып шығады. Бұл жоғарыда айтылған аксиомаға қайшы. Олай болса, c және a түзулері қиылысады. Теорема дәлелденді.



5.11-сурет

7-лекция



5.12-сурет

3 Параллель түзулерд

1-теорема. ***Егер параллель екі түзуді үшінші түзу қиып өтсе, онда пайда болған айқыш бұрыштар тең болады.***

2-теорема. ***Параллель екі түзуді үшінші түзумен қиғанда сәйкес бұрыштары тең болады, ал ішкі тұстас бұрыштарының қосындысы 180^0-қа тең.***

3-теорема. ***Сәйкес қабырғалары параллель екі бұрыш өзара тең немесе олардың қосындысы 180^0 - қа тең болады.***

Салдар. ***Сәйкес қабырғалары бірдей немесе қарама-қарсы бағытталған екі бұрыш тең болады.***

Мысалы, мынадай есепті қарастырайық: *Түзудің екі нүктесінен оған параллель түзуге дейінгі қашықтық тең болатындығын дәлелде.*

Шешуі. a және b параллель түзулер болсын (5.12-сурет). a түзуінен A және A_1 нүктелерін белгілеп, олардан b түзуіне AB және A_1B_1 перпендикулярларын түсіреміз. ABA_1 мен B_1A_1B тікбұрыштары үшбұрыштары гипотенузасы мен сүйір бұрышы бойынша тең. Олардың BA_1 гипотенузасы ортақ, ал AA_1B мен B_1BA_1 сүйір бұрыштары a және b параллель түзулеріндегі ішкі айқыш бұрыштар болғандықтан тең болады. Үшбұрыштар теңдігінен AB және A_1B_1 қабырғаларының теңдігі шығады. Олай болса, AB және A_1B_1 арақашықтықтары тең. Дәлелдеу керегі осы еді.