2-лекция

Бөлшек сандарды оқыту. Рационал сандар. Оң және теріс сандар.

Жоспары:

1. Бөлшек сандарды оқыту реті туралы. Жай бөлшек ұғымын енгізу. Жай бөлшектің қасиеттері. Жай бөлшектің түрлері. Жай бөлшектерге амалар қолдану.
2.Ондық бөлшек ұғымын енгізізу.Ондық бөлшектерге амалдар қолдануға үйрету. Пайыз және пропорция.
3.Теріс сан ұғмын енгізудің қажеттілігін түсіндіру.Оң сан мен теріс сан-дардың мағынасын түсінлдіруге мысал. Оң және теріс сандарға амалдар қолдануға үйрету.
4. Қазіргі кезде нақты сан ұғымын ерте бастан, 6-сыныптан бастап енгі-зілу себептері.Математикада иррационал сан ұғымының пайда болу себебі.
5. Мектеп математика курсында иррационал сан ұғымын енгізу: «Бүкіл рационал сандардың ішінде квадраты екіге тең болатын рационал сан болмайды» теоремасын дәлелдеу.

Әдебиеттер:

1. Рахымбек Д. **А**рифметика, алгебра, анализ бастамаларын оқыту әдістемесі. /Оқулық/ - Шымкент: М. Әуезов атындағы ОҚМУ баспа орталығы 2016. – 432 б
2. Рахымбек Д. **Мектепте сандық жүйені оқыту әдістемесі:** Оқу құралы. /Д. Рахымбек. – Шымкент: ОҚМПУ, 2020. - 98 бет.
3. Елубаев С. Математиканы оқыту әдістемесі. – Алматы; Эверо, 2016
4. Мектеп оқулықтары
5. Мұғалімге арналған оқу-әдістемелік құралдар

1. Жай бөлшек ұғымын енгізу. Жай бөлшек ұғымын енгізудің қажеттілігі.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \ldots$ жай бөлшектерімен алғашқы рет танысу бастауыш сыныпта натурал сандарды оқытумен параллель жүргізіледі. Бастауыш мектеп оқушылар санның бөлігін, бөлігі бойынша санды табу есептерін шығара алады.

Бөлшектерді жүйелі түрде оқыту 5-сыныпта басталады. Алдымен жай бөлшектер және оларға амалдар қолдану, одан соң ондық бөлшек тақырыбы оқып-үйретіледі. Ондық бөлшектер жай бөлшектермен салыстырғанда жаңа сандар емес. Олар оқушыларға бұрыннан таныс, бөлімдері 10,100,1000 және т.с.с. болып келген жай бөлшектердің өзгеше түрде жазылу көрінісі ғана. Математикалық есептеулер мен практикалық есеп-қисапта ондық бөлшектерді пайдаланған анағұрлым ыңғайлы. Жай бөлшектер практикалық есептеулерде ондық бөлшектерге қарағанда әлдеқайда аз қолданылады.

ЭЕМ ондық бөлшектермен ғана жұмыс істейді.

Осыған байланысты математиканы оқыту әдістемесінде жай бөлшектер мен ондық бөлшектерді оқытудың тәртібі туралы мәселе туындайды. Осы мәселені шешудің мүмкін болатын тәсілдеріне тоқталып өтейік:

1) алдымен жай бөлшектер, одан кейін барып ондық бөлшектер оқытылады (дәстүрлі әдіс);
2) алдымен ондық бөлшектер, кейіннен барып жай бөлшектер оқытылады;
3) жай бөлшектер мен ондық бөлшектерді оқыту аралас жүргізіледі.

Қазіргі мектеп бағдарламасы бойынша «Математика-5» сынып оқулығында алдымен жай бөлшектер, одан кейін пайыз бен пропорциялар, кейін ондық бөлшектер оқытылады.

Ал Н.Я.Виленкиннің «Математика-5» оқулығында алдымен жай бөлшектер ұғымы енгізіледі. Содан кейін бөлшектерді салыстыру, бөлімдері бірдей бөлшектерді қосу және азайту амалдары оқытылады. Бұдан кейін ондық бөлшектерге өту және оларға қолданылатын төрт амал қарастырылады. Ондық бөлшектерді оқыту 5-сыныпта басталып, сонда аяқталады. Бұдан кейін 6-сыныпта жай бөлшектерді оқуға қайта оралады: кез келген бөлшектерді салыстыру және оларға арифметикалық амалдар қолдану оқып үйретіледі. Ондық бөлшек ұғымына процент ұғымы қабаттасып оқытылады. Процент бөлімдері 100 болып келген ондық бөлшектердің жаңа формадағы жазылуы болып табылады:

$$1\% = \frac{1}{100}=0{,}01;\ 15\%=\frac{15}{100}=0{,}15 \text{ және т.с.с}$$

Казіргі метеп оқулықтарында жай бөлшектер тақырыбы толық оқып-үйренілгеннен кейін ондық бөлшекке өтеді.

Жай бөлшек ұғымын енгізу. «Бөлшек сандар» тақырыбындағы ең негізгі ұғым жай бөлшек болып табылады. Ол сипаттамалық түрде былай енгізіледі: теңдей етіп 4-ке бөлінген алманың суреті қарастырылады. Олардың біреуі бір тәрелкеге, ал қалған үшеуі басқа тәрелкеге салынады және былай дейді: «Бірінші тәрелкеде алманың төрттен бір бөлігі, ал екіншісінде алманың төрттен үш бөлігі жатыр». Мұны былай жазады: «$\frac{1}{4}$ алма, $\frac{3}{4}$ алма». Бұдан кейін мұндай $\frac{1}{4}$ және $\frac{3}{4}$ сандарының жай бөлшектер деп аталатыны хабарланады. Және олар сәйкес «төртен бір», «төрттен үш» дкеп оқылатына айтылады. $\frac{3}{4}$ бөлшегінде 3 саны бөлшектің алымы, ал 4 саны оның бөлімі деп аталады. Бөлшектің бөлімі заттың (нәрсенің) теңдей етіп қанша бөлікке бөлінгенін, ал алымы сондай бөліктен қаншасы алынғандығын көрсетеді. Алымын бөлшек сызығының үстіне, ал бөлімін оның астына жазады. Осындай түсіндірулер басқа да мысалдар арқылы қайталанады. Алманың орнына теңдей етіп, төртке (сегізге, алтыға, он екіге) бөлінген дөңгелекті, (кесіндіні, тіктөртбұрышты, квадратты) алуға болады.

Осы баяндауға сәйкес жай бөлшектерді енгізудің әдістемелік схемасы мынадай болады:

1) қарастырылатын затты теңдей етіп бірнеше бөлікке, біздің жағдайымызда 4 бөлікке бөлу;

2) «төрттен бір», «төрттен үш» терминдерін хабарлау;

3) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ жазуларын енгізу;

4) «жай бөлшек», «бөлшектің алымы», «бөлшектің бөлімі» терминдері нені көрсететінін айту;

5) бөлшектің басқа мысалдарын келтіру, оларды оқу және жазу.

Бөлшек сандарды оқыту әдістемесінің аса маңызды элементі жаңа сандарды енгізу қажеттілігіне оқушылардың көзін жеткізу болып табылады. Оқушыларды сендірудің тағы бір жолы санның үлестерін жазуда мұндай бөлшектердің аса пайдалы екендігін түсіндіру. Бөлшек сандарды енгізу қажеттігін оқушыларға былай түсіндіруге болады: Натурал сандар жиынында 2 саны 3 санына бөлінбейді. Бірақ натурал сандарды бөлу амалы бөлшек сандар арқылы әрқашан орындалады. Натурал сандар жиыны бөлшектермен толықтырылады. 2-ні 3-ке бөлу амалын қарастырайық. 2 алманы 3 оқушыға тең бөлу қажет болсын. Мұны қалай орындауға болады? Әрбір алманы теңдей етіп 3 бөлікке бөлеміз. Сонда мұндай бөліктің бірі $\frac{1}{3}$ бөлшегі арқылы өрнектеледі. Егер әрбір оқушыға осыны екі бөліктен беретін болса, онда 2 алма 3 оқушыға теңдей етіп бөлінген болады. Бір алманың екі бөлігі $\frac{2}{3}$ бөлшегі арқылы өрнектеледі. Олай болса, әрбір оқушы алманың $\frac{2}{3}$ бөлігін алады, яғни $2:3=\frac{2}{3}$. ***Мынадай қорытынды жасалынады:*** *енді 2 натурал* *санын 3 натурал санына бөлуге болады, бөлу нәтижесінде натурал сан емес, бөлшек сан* $\frac{2}{3}$ *шығады.*

Бөлшек сандарды енгізу қажеттілігінің тағы бір жолы ол шамаларды өлшеуге байланысты. Айталық, ұзындығы 1 см-ден кіші кесіндіні см-мен өлшеу қажет болсын. Оқушылар өлшеу кезінде кесіндінің ұзындығының 1 см-ден кіші екендігін байқайды. Мұнда милиметрді (1мм = $\frac{1}{10}$ см) пайдаланған тиімді. Айталық кесіндінің ұзындығы 9 мм-ге тең болсын. Бұл кесіндінің ұзындығының $\frac{9}{10}$ см екенін көрсетеді. Бұдан берілген кесіндінің ұзындығы сантиметрмен бөлшек сан арқылы өрнектеліп тұрғандығы көрінеді. Демек, кесіндінің ұзындығын өлшеу үшін бөлшек сандар қажет екен.

«Жай бөлшек» ұғымын енгізу барысында оқушылардан күтілетін нәтижелер:

1.Бөлшек бүтіннің немесе бірліктің тең бөліктерге бөлгендегі бөлігі екендігін біледі.

Мынадай сұрақтарға жауап бере алады.

1) Бөлшек дегеніміз не?
2) Бөлшектің бөлімі нені білдіреді?
3) Бөлшектің бөлімінің мағнасы қандай?

2. Бөлшектің аламы мен бөлімінің мғынасын нақтылы мысалдар арқылы көрсете алады.

3. Бөлшекті оқып-жаза алады: жарты, үштен бір, ширек, үштен екі, алтыдан бес т.с.с. және оларға сәйкес жазылыулар $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$ т.с.с.

4. Бөлшекпен байланысты есептерді шығара алу:

1) санның бөлігін табу;

2) «берілген бөлшекке сәйкес санды табу»;

3) бір сан екінші санның қандай бөлігін құрайтындығын анықтау.

5. Натуарл сан ұғымының кеңейгенін білу: екі натурал санды бөлуге болады, бөлу нәтижесінде натурал сан да, бөлшек сан да болуы мүмкін.

Мұндай күтілетін нәтижелерге жету үшін жаттығулар орындап, есептер шығару керек. Мәселен Т.А. Алдамұратова мен Е.С.Байшолановтың 5 сыныпқа арналған «Математика» оқулығында [2] төмендегідей берілген.

1.Бөлшек бүтіннің немесе бірліктің тең бөліктерге бөлгендегі бөлігі екендігін білуге арналған жаттығулар: №№ 393,402в,413с, 398

2. Бөлшектің аламы мен бөлімінің мғынасын түсініуге жаттығулар: №394,

3. Бөлшекті оқып-жаза алу №403в, 404в

4. «Санның бөлігін табу» №410в, 411в ;«берілген бөлшекке сәйкес санды табу» №399, 400, 408в есептерін шығара алу, «бір сан екінші санның қандай бөлігін құрайтындығын анықтау» № 405в, 406в

5. Натуарл сан ұғымының кеңейгенін білу: екі натурал санды бөлуге болады, бөлу нәтижесінде натурал сан да, бөлшек сан да болуы мүмкін. №395, 396,397, 407в

Оқушылардың күтілген нәтижеге жеткен жетпегенін анықтауға арналған жаттығулардың бір нұсқасын келтіреміз:

1. Бірнеше бөлшек жаз. Оның алымы мен бөлімі нені білідреді?
2. Бөлшектің бөлімі 7 және 13 болатын төрт бөлшек жаз
3. Бөлшектің алымы 5 және 8 болатын төрт бөлшек жаз.
4. Бөлшектерді оқы (сөзбен жазып шық):

$\frac{3}{5}, \frac{4}{3}, \frac{7}{18}, \frac{47}{85}, \frac{1}{10}, \frac{25}{200}, \frac{43}{365}.$

Бұл бөлшектерді бөлінді түрде жазып көрсет.

5. Бөліндіні бөлшек түрінде жаз: 5:13; 15:4; 12:3 ; 1:1; 8:1; 7:7.
6. Натурал санды бөлімі нөлден басқа болатын бөлшек түрінде жазуға болады.
   1) 1, 2, 3, 4, 5 сандарының әр қайсысын төрттен бөлшек түрінде жазып көрсет.
   2) 7 санын бөлімдері 1, 2, 7, 12, 101 болатын бөлшек түрінде жаз.
7. Цифрлармен жаз:
   Екіден бір (жарты), он үштен сегіз, тоқсан үштен он жеті, бір жүз жиырма бірден екі, мыңнан екі жүз сексен бес.
8. 18 алма 6 оқушыға теңдей бөлініп берілді. Әрбір оқушы барлық алманың қандай бөлігін алды?
9. Бір түрлі матаның $\frac{3}{4}$ үлесі 96 теңге, ал екінші түрлі матаның $\frac{4}{5}$-і 100 теңге тұрса, онда қайсы мата қымбат.
10. 24 га жерге егін егілді. Бұл барлық егістік жердің $\frac{2}{3}$ бөлігі. Барлық егістік жердің ауданы қандай?
11. Сыныпта 28 оқушы бар. Бақылау жұмысында олардың ширегі «өте жақсы», жартысы «жақсы» және «өте жақсы», қалғандары «қанағаттанарлық» баға алды. Барлық оушылырдың қандай бөлігі «қанағаттанарлық» бағаға алды.

Жай бөлшектің қасиеті.Жай бөлшек екі натурал санның бөліндісі ($a:b=\frac{a}{b}$) ретінде қарастырылғаннан кейін жай бөлшектің қасиеті оқып-үйретіледі.

Мұғалім тақтаға дөңгелек сызып, дөңгелекті тең төрт бөлікке бөледі, оның бір үлесін жай бөлшекпен $\frac{1}{4}$ түрінде жазады. Осындай үлестің үшеуі жай бөлшекпен $\frac{3}{4}$ түрінде жазылады. Ол бөліктер бояп қойылады. Енді осы бөліктердің әрқайсысын тағы да тең екі бөлікке бөлсек, дөңгелектің $\frac{3}{4}$ үлесі $\frac{6}{8}$ үлесіне тең болады. Сонда $\frac{3}{4}$ бөлшегі мен $\frac{6}{8}$ бөлшектерінің сандық мәндері бірдей екені дөңгелектердің боялған бөліктерінен көрінеді. Осы процесс керісінше қарастырылып, $\frac{6}{8}$-ның $\frac{3}{4}$-ке тең екені көрсетіледі. Демек,

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8};\ \frac{6}{8}=\frac{3}{4}.$$

Бөлшектің алымын да, бөлімін де, бір натурал санға көбейткеннен немесе бөлгеннен бөлшектің мәні өзгермейтіндігі айтылады.

Берілген жай бөлшектің алымы мен бөліміндегі сандардың шамасы көп болғанда, бөлшекті жеңілдету үшін, бөлшектің осы қасиетіне сүйеніп бөлшектерді қысқартудың тәсілдері қарастырылады. Бөлшектерді қысқарту жұмысы бөлшектің алымы мен бөлімі өзара жай сандар болғанда ғана аяқталады.

Алымы мен бөлімі өзара жай сандар болатын бөлшектер қысқартылмайтын бөлшектер болатындығы міндетті түрде ескертіледі.

Жай бөлшектердің қасиетін оқып үйренуде оқушылардан күтілетін нәтижелер:

1. Жай бөлшектің негізгі қасиетін білу.
   1) Егер бөлшектің алымы да бөлімі де бірдей санға көбейтсе, бөлшектің мәні өзгермейді;
   2) Егер бөлшектің алымы да бөлімі де бірдей санға бөлінсе, бөлшекті мәні өзгермейді.
2. Бөлшектерді қысқарта алу:
   1) Натурал сандардың бөлінгіштік белгілерін пайдаланып тізбектей қысқарту;

2) Бөлшектің алымы мен бөлімінің ең үлкен ортақ бөлгішін (ЕҮОБ) тауып бірден толық қысқарту.
3. Бөлшектің не алымын, не бөлімі бір санға көбейтсе бөлшектің мәні қалай өзгеретінін білу.
   1) Бөлшектің бөлімін өзгертпей, оның алымын бір санға көбейтсе;
   2) Бөлшектің бөлімін өзгертпей, оның алымын бір санға бөлсе;
   3) Бөлшектің алымын өзгертпей, оның бөлімін бір санға көбейтсе;
   4) Бөлшектің алымын өзгертпей, оның бөлімін бір санға бөлсе.

Жай бөлшектің негізгі қасиеттерін оқып-үйрену нәтижесінде күтілетін нәтжелерге жеткен-жетпегенін анықтауға ааранлған сұраулар мен жаттығулар.

1. Белгісіздің орнына теңдік дұрыс болатындай мәндер тауып қой.

   1) $\frac{9}{13} = \frac{x}{39}$; 2) $\frac{7}{23} = \frac{28}{y}$; 3) $\frac{120}{a} = \frac{40}{33}$: 4) $\frac{в}{8} = \frac{2}{16}$.

2. $\frac{24}{13}$ бөлшегін неше тәсілмен 6 есе кемітуге болады?
3. $\frac{4}{9}$ бөлшегін неше тәсілмен 3 есе арттыруға болады?
4. Мынадай сұрақтарға жауап беру:
   1) Бөлшектерді қысқарту қандай қасиеттерге негізделген?
   2) Қандай бөлшектер қысқармайтын бөлшектер?
   3) Бөлшентерді қысқартқан кезде не өзгереді не өзгермейді?
5. Бөлшектерді
   $\frac{42}{49}$; $\frac{32}{60}$;$\frac{75}{100}$;$\frac{48}{56}$.$\frac{84}{60}$екі тәсілмен қысқарт
   1) алымы мен бөлімінің ең үлкен ортақ бөлгішін тауып;
   2) тізбектей.

Жай бөлшектің түрлері.Жай бөлшектің алымы мен бөліміндегі натурал сандардың бір-бірінен үлкен, кіші болуына байланысты жай бөлшектер *дұрыс бөлшек, бұрыс бөлшек* болатыны мысалдармен түсіндіріледі. Сонымен қатар бүтін сан мен дұрыс бөлшектен тұратын сандар ерекше *аралас сан* деп аталатыны айтылады.

Бұрыс бөлшекпен берілген санды аралас сан түрінде жазу және керісінше аралас санды бұрыс бөлшекпен жазу ережелері тұжырымдалады. Бұрыс бөлшекті аралас сан түрінде жазу қалдықпен бөлу арқылы көрсетіледі. Оқушыларға түсінікті болу үшін бұрыс бөлшектің алымын бөлінгіш етіп, бөлімін бөлгіш етіп алса, толымсыз бөлінді - аралас санның бүтін бөлігі; ал қалдық алымы, бөлгіш бөлімі етіп жазылатындығы айтылады. Бұл жағдай бөлшектерге амалдар қолдануда (бөлшектерді азайтуда) натурал сандарды бұрыс бөлшек түрінде және аралас сан түрінде ашып жазуда қажет.

Бөлімдері бірдей екі бөлшекті салыстыруда олардың алымына тәуелді болатындығы көрнекі түрде көрсетіледі: бөлімдері бірдей бөлшектердің алымы тең болса, тең бөлшек, ал алымы үлкені - үлкен бөлшек.

Жай бөлшектердің түрлерін оқып үйренуден күтілетін нәтижелер:

1. Қандай бөлшектер дұрыс, бөлшек, бұрыс бөлшек деп аталатындығын білу.
2. Бөлшектерді ішінен дұрыс бөлшек, бұрыс бөлшектерді ажырата алу.
3. Дұрыс бөлшектер 1-ден кем, бұрыс бөлшектер 1-ге тең немесе 1-ден артық болатынын білу.
4. Аралас санның қандай сан екенін білу.
5. Аралас санды бүтін және бөлшек бөліктерге ажырата алу.
6. Аралас санды бұрыс бөлшекке айналдыра алу.
7. Бұрыс бөшекті аралас сан түрінде жаза білу.

Төмендегі сұрақтарға жауап беріп, жатығулар орындай алу тиіс.

1. Қандай бөлшек дұрыс бөлшек делінеді?

2. Бұрыс бөлшек деген не?
3. Дұрыс және бұрыс бөшектерді ажыратып жаз:
$\frac{1}{8}$. $\frac{8}{8}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{21}{9}$, $\frac{42}{42}$; $\frac{32}{60}$; $\frac{175}{100}$; $\frac{48}{56}$. $\frac{84}{60}$.
4. $\frac{1}{8}$. $\frac{8}{8}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{21}{9}$, $\frac{42}{42}$; $\frac{32}{60}$; $\frac{175}{100}$; $\frac{48}{48}$. $\frac{84}{60}$ бөлшектерінің қайсысының міндері
   1) Бірден кем;
   2) Бірден артық;
   3) Бірге тең.
5. Мына сұрақтарға жауап бер:
   1) Аралас сан деген не?
   2) Аралас санды бүтін және бөлшек бөліктерге қалай ажыратуға болады?
   3) Аралас сан бұрыс бөлшекке қалай айналдырылады?
   4) Бұрыс бөшекті аралас сан түрінде қайтіп жазады?
6. Аралас санды бүтін және бөлшек бөліктерінің қосындысы түрінде жаз

$$2\frac{3}{8},\ 21\frac{5}{9}.\ 103\frac{2}{3}.$$

7. Қосындыны аралас сан түрінде жаз:

$$3+\frac{1}{8},\ 13+\frac{3}{12},\ 100+\frac{1}{8},\ 7+\frac{6}{7}.$$

8. Аралас сан түрінде жаз:

$$\frac{13}{8},\ \frac{63}{5},\ \frac{145}{13},\ \frac{9}{2}.$$

9. Аралас санды бұрыс бөлшекке айналдыр

$$2\frac{3}{8},\ 21\frac{5}{9}.\ 103\frac{2}{3}.$$

Бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру. Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді салыстыру, қосу және азайту үшін оларды бірдей бөлімге келтіру қажет. Бөлшектерді бірдей бөлімге келтіру үшін олардың бөлімдерінің ең кіші ортақ еселігі табылады.

Мысалы, $\frac{7}{12}$ және $\frac{5}{8}$ бөлшектерін ең кіші ортақ бөлімге келтіруді қарастырайық. Бұл бөлшектердің бөлімдері 12 және 8 сандары. 12 және 8 сандарының ең кіші ортақ еселігі 24 саны. Онда 24 саны осы $\frac{7}{12}$ және $\frac{5}{8}$ бөлшектерінің ең кіші ортақ бөлімі болады. Бөлшектерді бірдей ең кіші ортақ бөліммен жазу үшін бөлшектердің әрқайсысының толықтауыш көбейткіштерін табады: 24:12=2; 24:8=3. Енді берілген $\frac{7}{12}$ және $\frac{5}{8}$ бөлшектерін бірдей бөліммен (24) жазу үшін, бөлшектердің негізгі қасиетін пайдаланып, берілген бөлшектің алымын да, бөлімін де өзінің толықтауыш көбейткішіне көбейтеді. Сонда $\frac{7}{12}=\frac{7\cdot 2}{12\cdot 2}=\frac{14}{24}$ және $\frac{5}{8}=\frac{5\cdot 3}{8\cdot 3}=\frac{15}{24}$.

$$(\frac{7}{12} \text{ және } \frac{5}{8}) = (\frac{14}{24} \text{ және } \frac{15}{24}).$$

Бөлшектер бірдей бөліммен жазылды.

Бұл тақырыпты оқып-үйренуден күтілітін нәтиже - бөлшектердің ортақ бөлімін таба алу.

Міндетті нәтижеге жеткен, жетпегенін анықтауға бағытталған сұрақтар мен жаттығулар:

1. Мына сұрақтарға жауап бер:
   1) Бөлшектер ортақ бөлімге қалай келтіріледі?
   2) Бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру бөлшектің қандай қасиетіне негізделген?
   3) Әрбір бөшек үшін қосымша көбейткіш қалай табылады?
   4) Бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру дегенде нені түсінеміз?
2. Бөлшектерді ортақ бөлімге келтір:

   1) $\frac{7}{9}$ және $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{7}{19}$ және $\frac{5}{8}$;

   3) $\frac{7}{16}$ және $\frac{5}{8}$; 4) $\frac{5}{18}$, $\frac{4}{15}$ және $\frac{3}{20}$.

Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді салыстыру.*Бөлімдері әртүрлі бөлшектер бөлімдері бірдей бөлшектер түріне келтіру арқылы салыстырылады.*

Мысалы, $\frac{1}{2}$ және $\frac{2}{3}$ бөлшектерін салыстырайық.

Оқушыларға сұрақ: 1 алманың $\frac{1}{2}$-і көп пе, әлде $\frac{2}{3}$-і көп пе? Сұраққа жауап іздеу үшін, бөлшектерді бірдей ең кіші ортақ бөлімге келтіреді. $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$; $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$. Сонда $\frac{3}{6}$ пен $\frac{4}{6}$. бөлшектерін салыстырамыз. 3<4 болғандықтан $\frac{3}{6}<\frac{4}{6}$. Демек, $\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$.

Сандық сәуледе $\frac{3}{6}$ пен $\frac{4}{6}$ бөлшектеріне сәйкес нүктелерді тауып, салыстырғанда оқушылардың ойлары нақтыланады.

Аралас сандарды салыстыру үшін алдымен бүтін бөліктері салыстырылады, мысалы $8\frac{1}{5}>3\frac{4}{5}$, себебі 8>3, ал бүтін бөліктері бірдей болса, бөлшектің үлкен-кішілігі бөлшек бөлігіне тәуелді. Мысалы, $4\frac{3}{8}<4\frac{4}{7}$, себебі $\frac{3}{8}=\frac{21}{56}$; $\frac{4}{7}=\frac{32}{56}$; $\frac{3}{8}<\frac{4}{7}$.

Бөлшектерді былай да салыстырады: $\frac{5}{9}>\frac{3}{7}$, себебі $5\cdot7>9\cdot3$.

Бөлшектерді осы тәсілмен салыстыра білу, бөлшектерді азайту тақырыбындағы азайғыш бөлшек азайтқыш бөлшектен үлкен, болу шартын анықтау үшін қажет.

Оқыудың күтілетін нәтижесіне жеткендігін білу үшін оқушы мынадай сұрақтарға жауап беріп, жаттығулар мен есептер шығара алуы керек:

1. Бөлімдері бірдей бөлшектердің қайсысы үлкен?
2. Алымдары бірдей бөлшектер қалай салыстырылады?
3. Бөлімдері әртүрлі бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру арқылы слыстыру туралы айтып бер.
4. Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді ортақ бөлімге келтірмей қалай салыстыруға болады?
5. Жұлдызшаның орнына < немесе > белгілерінің бірін қой:

   1) $\frac{5}{9}*\frac{4}{9}$; 2) $\frac{4}{11}*\frac{4}{13}$; 3) $\frac{5}{7}*\frac{3}{8}$.

6. Өсу ретімен жаз:
$\frac{16}{9}, \frac{5}{9}, \frac{3}{9}, \frac{9}{9}, \frac{7}{9}, \frac{11}{9}\ \frac{1}{9}.$
7. Айсәуле кітаптың $\frac{5}{9}$ бөлігін, ал Күнсұлу осы кітаптың $\frac{7}{8}$ бөлігін оқыды. Олардың қайсысы көп оқыған?
8. Сыныптан тыс уықытты оқушылардың $\frac{1}{3}$-і спортпен шұғылыданады, $\frac{2}{5}$-і басқа үйірмелерге қатысады. Қайсысы көп?
9. Бірінші принтер 5 минутта 41 бет, екіншісі 3 минутта 28 бет басып шығарады. Қайсысының жұмыс өнімдулугі жоғары?
10. Координаталық сәуледе $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \frac{6}{3}, \frac{5}{2}$ бөліктеріне сәйкес нүктелерді белгіле.

Жай бөлшектерді қосу және азайту.

Жай бөлшектерді қосу. Жай бөлшектерді қосу бөлімдері бірдей бөлшектерді қосуды үйретуден басталады. Тақтаға ABCD төртбұрышын салып, оны бірдей 9 бөлікке (үлеске) бөледі. Осы бірдей бөліктердің 2 бөлігін бір оқушыға, 5 бөлігін екінші оқушыға боятып, сынып оқушыларынан барлығы неше бөлігі боялғанын сұрасақ, оқушылар 7 бөлігі боялғанын айтады. Бөлшек түрінде жазғанда $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{9}$, болады, әріппен жазсақ:

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

Осы есептеулерден соң, оқушылар бөлімдері бірдей бөлшектерді қосудың ережесін өздері тұжырымдайды. ***Бөлімдері бірдей бөлшектерді қосу үшін, косынды бөшектің бөліміне бөлшектердің бөлімін, ал бөлшектердің алымдарын косып алым етіп жазады***.

Оқушылармен мына типті бірнеше жаттығуларды ауызша орындау жеткілікті

1) $\frac{3}{7}+\frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$;

2) $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1+5+2}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

Осы есептерді қарастыру барысында бөлімдері бірдей бөлшектекрдің қосындысы қысқаратын болса, қысқартып қою, егер бұрыс бөлшек болса, онда аралас бөлшек түрінде жазу керек екендігі айтылады.

Бұл сабақта бөлімдері әртүрлі бөлшектерді қосу тақырыбымен жалғастырылады.

Бөлімдері әртүрлі бөлшектерді қосу үшін, оларды ең кіші ортақ бөлімге келтіріп, сонан соң бөлімдері бірдей бөлшектерді қосуды орындайды.

Мысалы, $\frac{5}{7}+\frac{3}{4}$ қосындысын табу үшін, берілген бөлшектердің бөлімдерінің ең кіші ортақ еселігін табу керек. ЕКОЕ (7,4)=28. Демек, $\frac{5}{7}$ және $\frac{3}{4}$ бөлшектерінің ең кіші ортақ бөлімі 28-ге тең болады. Бірінші қосылғыштың толықтауыш көбейткіші 28:7=4, ал екіншісінікі 28:4=7.

Бөлшектерді бірдей ең кіші ортақ бөлімге келтіріп жазатын болсақ:

$$\frac{^{4/}5}{7}+\frac{^{7/}3}{4}=\frac{5\cdot4}{7\cdot4}+\frac{3\cdot7}{4\cdot7}=\frac{20}{28}+\frac{21}{28}=\frac{20+21}{28}=\frac{41}{28}=1\frac{13}{28},$$

қысқаша

$$\frac{{}^{4/}5}{7}+\frac{{}^{7/}3}{4}=\frac{20+21}{28}=\frac{41}{28}=1\frac{13}{28}.$$

Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру үшін, бөлшектің бөлімдерінің ЕКОЕ табу арқылы бірнеше есеп шығарғанан кейін, қандай жағдайларда ортақ бөлімді бірден табуға болатын жағдайларын да ескерту керек:

1) егер бөлшектердің бөлімдері өзара жай сандар болса, онда ортақ бөлім олардың көбейтіндісі болады;

2) егер екі бөлшектің біреуінің бөлімі екінші бөлшектің бөліміне еселі болса, онда еселі сан бөлшектің ортақ бөлімі болады;

3) басқа жағдайларда бөлшектің бөлімдерінің ЕКОЕ табылады.

Осындай үш жағдайға да оқушылар жаттығуы керек.

Бөлшектерді қосудың ауыстырымдылық және терімділік қасиеттері орындалатынын оқушылардың өздері есептетіп, көз жеткізіледі.

Жай бөшектерді қосу тақырыбын оқып-үйренуден күтілетін нәтижелер.

1. Мына сұрақтарға жауап бере білу:
1) Бөлімдері бірдей бөлшектер қалай қосылады?
2) Бөлімдері бірдей бөлшектер қосу ережесін әріптермен жазу.
3) Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді қосу қалай орындалады?
4) Егер бөлшектердің бөлімдері өзара жай сандар болса, онда ортақ бөлім неге тең?
5) Егер екі бөлшектің біреуінің бөлімі екінші бөлшектің бөліміне еселі болса, онда бөлшектің ортақ бөлімі неге тең?
2. Төмендегідей бөлшектерді қоса алу:

1) $\frac{8}{35}+\frac{7}{35}$; 2) $\frac{5}{9}+\frac{7}{8}$; 3) $\frac{16}{21}+\frac{5}{7}$; 4) $\frac{1}{42}+\frac{2}{63}$.

Бөлшектерді қосуда қосудың ауыстырымдылық және терімділік қасиеттері орындалатынын оқушылардың өздеріне есептетіп, көз жеткізіледі.

Аралас сандардың бүтін бөліктері натурал сандар болғандықтан, аралас сандарды қосу натурал сандарды қосу мен бөлімдері әр түрлі бөлшектерді қосудан құралады.

Сонымен қатар аралас сандардың бүтін бөліктерін бөлек, бөлшек бөліктерін бөлек қосу үшін, қосудың ауыстырымдылық және терімділік қасиеттері пайдаланылады. Мысалы,

$$5\frac{4}{9}+3\frac{1}{5}=\left(5+\frac{4}{9}\right)+\left(3+\frac{1}{5}\right)=(5+3)+\left(\frac{4}{9}+\frac{1}{5}\right)=8+\left(\frac{20}{45}+\frac{9}{45}\right)=$$

$$=8+\frac{29}{45}=8\frac{29}{45},$$

қысқаша $5\frac{{}^{5/}4}{9}+3\frac{{}^{9/}1}{5}=8\frac{20+9}{45}=8\frac{29}{45}.$

Енді жұп жұпқа (немесе топтарға) бөлініп әр қайсысы өзі шығарған мысалдарының шығару жоларына сүйеніп аралас сандарды қосу ережесін тұжырымдайды: **Аралас сандарды қосу үшін олардың бүтін бөлігін бүтін бөлігіне, бөлшек бөлігін бөлшек бөлігіне қосып алып, пайда болған нәтижелерді қосады.**

Бірнеше оқушы тақтаға шығып осы ереже бойынша өздерінің есептерін қысқаша қосып көрсетеді. Басқа оқушылар дәптерлеріне жазып алады.

Тақтаға шығарылған есептерде мынадай жағдайларың болғанын мұғалім назарда ұстау керек:

1) $5\frac{1}{6}+12\frac{5}{6}=17\frac{6}{6}=17+1=18;$

2) $8\frac{3}{10}+2\frac{9}{10}=10\frac{3+9}{10}=10\frac{12}{10}=10\frac{6}{5}$ =10+1$\frac{1}{5}$ =11$\frac{1}{5}$;

3) $5\frac{6}{7}+1\frac{13}{14}=6\frac{12+13}{14}=6\frac{25}{14}=6+\left(1+\frac{11}{14}\right)=7\frac{11}{14}$.

Мұғалім оқушыларға мынадай сұрақ қояды: Аралас сандарды басқаша да қосуға бола ма? Оқушылардың топтар бойынша ақылдасуына мүмкіндік беріледі. Оқушылар бір қорытындыға келе алмаса, мұғалім аралас санда бұрыс бөлшек түрінде жазып көруді ұсынады. Оқушылар әрқайсысы өздерінің есептерін аралас бөлшекті бұрыс бөлшек түрінде жазып қосады. Пайда болған қосынды бөлшектің бүтін бөлігін ажыратып жазады.

Жоғарыдағы алған мысалды екінш тәсілмен шығарсақ мынадай болады.

$5\frac{4}{9}+3\frac{1}{5}=\frac{49}{9}+\frac{16}{5}=\frac{49*5+16*9}{45}=\frac{245+146}{45}=\frac{391}{45}=8\frac{29}{45}$.

Натурал сан мен аралас санның қосындысын табу мынадай мысал шығару арқылы үйретіледі.

$$7+4\frac{5}{6}=7+\left(4+\frac{5}{6}\right)=(7+4)+\frac{5}{6}=11+\frac{5}{6}=11\frac{5}{6},$$

қысқаша $7+4\frac{5}{6}=11\frac{5}{6}$.

Бұл тақырыпты оқып-үйрену барысында оқушылардан күтілетін нәтиже:

1. Аралас бөлшектерді бөлшектің бүтін және бөлшек бөліктерін ажырату арқылы қосу ережесін білу.
2. Аралас бөлшектерді бұрыс бөшекке айналдырып қосуды білу.
3. Төмендегідей есептерді шығара алу:

1) $5\frac{2}{3}+3\frac{5}{9}$; 2) 8+ $3\frac{4}{5}$.

Жай бөлшектерді азайту.Бөлімдері бірдей бөлшектерді азайту затты бірнеше тең бөліктерге бөліп қалған бөлікті табу немесе кесіндінің ұзындығын табу арқылы түсіндіріледі. Мынадай тапсырма орындалады:

1) CB кесіндісінің ұзындығын табу керек

$AB=\frac{7}{8}$; $AC=\frac{3}{8}$; $CB=AB-AC$; онда $CB=\frac{7}{8}-\frac{3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$; $CB=\frac{1}{2}$;

2) $\frac{5}{9}-\frac{4}{9}=\frac{5-4}{9}=\frac{1}{9}$; 3) $\frac{7}{15}-\frac{2}{15}=\frac{7-2}{15}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$; 4) $\frac{8}{21}-\frac{5}{21}=\frac{8-5}{21}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$.

Бөлімдері әртүрлі бөлшектерді азайту үшін берілген бөлшектерді ең кіші ортақ бөлімге келтіріп, бөлімдері бірдей бөлшектерді азайтуды орындайды.

Мысалы, $\frac{^{3/}5}{7}-\frac{^{7/}2}{3}=\frac{15}{21}-\frac{14}{21}=\frac{15-14}{21}=\frac{1}{21}$ қысқаша $\frac{^{3/}5}{7}-\frac{^{7/}2}{3}=\frac{15-14}{21}=\frac{1}{21}$.

Бірнеше мысалды шығарып үйренген соң бөлімдері әртүрлі бөлшектерді азайту ережесі тұжырымдалады. Бірақ міндетті түрде, дәл мағынасын сақтай отырып, ережені мұғалімнің өзі қайталап айтып отырады.

Енді натурал саннан бөлшекті азайтудың екі тәсіліне тоқталайық. Бірінші тәсілінде берілген натурал сан бұрыс бөлшек түрінде жазылады, екінші тәсілінде аралас сан түрінде жазылады.

Мысалы1-тәсілмен: $4-\frac{3}{11}=\frac{44}{11}-\frac{3}{11}=\frac{44-3}{11}=\frac{41}{11}=3\frac{8}{11}$, 2- тәсілмен: $4-\frac{3}{11}=3\frac{11}{11}-\frac{3}{11}=3\frac{11-3}{11}=3\frac{8}{11}.$

Бөлімдері әртүрлі аралас сандарды азайту үшін: олардың ең кіші ортақ бөлімін тауып, бөлімдері бірдей аралас сан түріне келтіреді. Алдымен азайғыш аралас санның бүтін бөлігінен, азайтқыш аралас санның бүтін бөлігін азайтып, айырымның бүтін бөлігін табады. Ал азайғыш пен азайтқыш аралас санның бөлшек бөлігін азайтып, айырымның бөлшек бөлігін табады. Сонда олардың қосындысы айырма аралас санды береді.

$$14\frac{7}{9}-5\frac{2}{3}=\left(14+\frac{7}{9}\right)-\left(5+\frac{2}{3}\right)=(14-5)+\left(\frac{7}{9}-\frac{^{3/}2}{3}\right)=9+\frac{7-6}{9}=9\frac{1}{9}.$$

Қысқаша $14\frac{7}{9}-5\frac{2}{3}=14\frac{7}{9}-5\frac{6}{9}=9\frac{1}{9}$, немесе $14\frac{7}{9}-5\frac{^{3/}2}{3}=9\frac{7-6}{9}=9\frac{1}{9}.$

Егер аралас бөлшектердің бөлшек бөлігін ортақ бөлімге келтіргеннен кейін, азайғыш аралас санның бөлшек бөлігінің алымы азайтқыш аралас санның бөлшек бөлігінің алымынан кем болса, онда азайғыш аралас санның бүтін бөлігін 1-ге кемітіп, бөлшек бөлігін бұрыс бөлшекке айналдырып, азайтуды жалғастырады.

$$18\frac{1}{7}-5\frac{2}{3}=18\frac{3}{21}-5\frac{14}{21}=\left(17+\frac{21}{21}+\frac{3}{21}\right)-5\frac{14}{21}=17\frac{24}{21}-5\frac{14}{21}=(17-5)+\left(\frac{24}{21}-\frac{14}{21}\right)=$$
$$=12+\frac{10}{21}=12\frac{10}{21}$$

$$18\frac{^{3/}1}{7}-5\frac{^{7/}2}{3}=18\frac{3}{21}-5\frac{14}{21}=17\frac{21+3}{21}-5\frac{14}{21}=(17-5)+\left(\frac{24}{21}-\frac{14}{21}\right)=12+\frac{10}{21}=12\frac{10}{21},$$

қысқаша $18\frac{^{3/}1}{7}-5\frac{^{7/}2}{3}=13\frac{3-14}{21}=12\frac{(21+3)-14}{21}=12\frac{24-14}{21}=12\frac{10}{21}$.

1. Натурал саннан аралас санды азайту үшін, натурал санды аралас санға айналдырып, аралас саннан аралас санды азайту орындалады.

1-мысал. $5-3\frac{5}{7}=\left(4+\frac{7}{7}\right)-\left(3+\frac{5}{7}\right)=(4-3)+\left(\frac{7}{7}-\frac{5}{7}\right)=1+\frac{2}{7}=1\frac{2}{7}.$

Қысқаша $5-3\frac{5}{7}=4\frac{7}{7}-3\frac{5}{7}=1\frac{7-5}{7}=1\frac{2}{7}$.

2. Аралас саннан натурал санды азайтқанда азайтқыш-натурал сан азайғыш аралас санның бүтін бөлігінен ғана шегеріліп шыққан айырмаға азайғыш аралас санның бөлшек бөлігі тіркеліп жазылады.

2-мысал. $8\frac{4}{9}-3=\left(8+\frac{4}{9}\right)-3=(8-3)+\frac{4}{9}=5+\frac{4}{9}=5\frac{4}{9}$, қысқаша $8\frac{4}{9}-3=5\frac{4}{9}$.

3. Аралас саннан дұрыс бөлшекті азайтудың екі түрлі жағдайы бар.

1-жағдай. Азайғыш аралас санның бөлшек бөлігінің алымы азайтқыш бөлшектің алымынан артық болғанда.

3-мысал. $10\frac{11}{12}-\frac{^{4/}2}{3}=10\frac{11}{12}-\frac{8}{12}=10\frac{11-8}{12}=10\frac{3}{12}=10\frac{1}{4},$

қысқаша $10\frac{11}{12}-\frac{^{4/}2}{3}=10\frac{11-8}{12}=10\frac{3}{12}=10\frac{1}{4}$.

2-жағдай. Азайғыш аралас санның бөлшек бөлігінің алымы, азайтқыш бөлшектің алымынан кем болғанда.

4-мысал.

$$4\frac{^{4/}2}{3}-\frac{^{3/}3}{4}=4\frac{8}{12}-\frac{9}{12}=\left(3+\frac{12}{12}+\frac{8}{12}\right)-\frac{9}{12}=\left(3+\frac{20}{12}\right)-\frac{9}{12}=3+\left(\frac{20}{12}-\frac{9}{12}\right)=$$

$$=3+\frac{11}{12}=3\frac{11}{12},$$

қысқаша $4\frac{^{4/}2}{3}-\frac{^{3/}3}{4}=4\frac{8-9}{12}=3\frac{20-9}{12}=3\frac{11}{12}$.

Демек, бұл жағдайда азайғыш аралас санды түрлендіріп, оның бөлшек бөлігін бұрыс бөлшекке айналдырып жазу керек.

Жай бөлшектерді қосуға қарағанда оларды азайту күрделірек. Себебі аралас бөлшектерді азайту кезінде олардың бөлшек бөлігінде азайғыш азайтқыштан кем болып қауы мүмкін. Ондай жағдайларға ерекше мән беріп, тиянақты жаттығуға тура келеді.

Тақырыпты оқу нәтижесінде күтілетін нәтижелер:

1. Бөлімдері бірдей бөлшектерді азайту ережесін білу.
2. Бөлімдері әртүрлі бөлшектерді азайта алу.
3. Аралас сандарды азайтуды орындау.
4. Натурал саннан бөлшекті азайту тәсілдерін білу.
5. Азайғыш аралас санның бөлшек бөлігінің алымы, азайтқыш бөлшектің алымынан кем болғанда оларды азайту тәсілдерін біледі.
6. Натурал саннан аралас санды азайта алу.
7. Аралас саннан натурал санды азайта білу.
8. Оқушы мынадай есептерді шығара алуы тиіс:

1) $\frac{7}{8}-\frac{2}{3}$; 2) $\frac{16}{27}-\frac{1}{9}$; 3) $\frac{25}{36}-\frac{11}{24}$; 4) $7\frac{5}{6}-3\frac{3}{5}$; 5) $6\frac{3}{8}-2\frac{5}{8}$;

6) $4-\frac{7}{10}$.

«Жай бөлшектерді қосу және азайту» тақырыбы бойынша қорытынды сабақтарда қосу және азайту амалдары араласып келген есептерді шығарылады. Ол есептер төмендегідей болуы мүмкін.

Амалдарды орында:

1) $13\frac{1}{9}-12\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$;

2) $4\frac{5}{12}+2\frac{1}{5}-5\frac{5}{6}$;

3) $(11\frac{5}{7}+2\frac{3}{4})-(10\frac{11}{14}+\frac{9}{28})$;

4) $25-(12\frac{7}{8}-\left(2\frac{5}{8}-\frac{3}{4}\right)+\frac{3}{8})$;

5) $7\frac{3}{4}-\left(4\frac{5}{6}-3\frac{1}{2}\right)+1\frac{2}{3}$;

6) $5\frac{11}{12}+3\frac{4}{15}-2\frac{7}{30}+19\frac{23}{24}$.

Осы сияқты есептерді шығара алу «Жай бөлшектерді қосу және азайту» тақырыбын оқып-үйренудегі күтілетін нәтиже де болып табылады. Тақырып бойынша қорытынды тексеруге де осындай есептер ұсынылады.

2.Ондық бөлшек ұғымын енгізу

Оқушылардың ондық бөлшек ұғымын оқып-үйренудің қажеттігіне ой түрткі жасау үшін мұғалім мынадай әңгіме өткізеді. Сендер натурал сандарға амалдар қолдануға каарағанда жай бөлшектерге амалдар орындаудың әлде қайда қиын екендігіне көздерің жетті. Бөлшектіңтағы бір түрі бар, ол ондық бөлшек деп аталынады. Ондық бөлшектерге амалдар қолдану натурал сандарға амалдар қолану сиқты орындалады. Сондықтан ондық бөшектер өмірде, өндірісте, экономикада, инженер-техникалық жұмыстарда кең түрде қолданылады. Ондық бөщектермен танысуды бастайық.

Бөлімдері 10, 100, 1000 т.с.с. болып келетін бөлшектерді, мысалы мынадай бөлшектерді $32\frac{17}{100}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{743}{1000}$, $6\frac{9}{100}$, $\frac{847}{10}$ бөлімсіз жазуға болады. Ол үшін:

1) бөлшектің бүтін бөлігі жазылады, егер бүтін бөлігі болмаса, нөл жазылады да одан кейін үтір белгісі қойыылады;
2) бөлшектің бөлімінде қанша нөл болса, үтірден кейін сонша цифр болатындай етіп бөлшектің алымында тұрған сан жазылады. Егер бөлшектің алымындағы сан бөліміндегі нөлдер санынан аз болса, санның алдына нөлдер қойылады.

Мысалы, $32\frac{17}{100} = 32{,}17$; $\frac{3}{10} = 0{,}3$; $\frac{743}{1000} = 0{,}743$; $6\frac{9}{100} = 6{,}09$; $\frac{3}{1000} = 0{,}003$.

Цифрлар және үтір арқылы жазылған бөлшек ондық бөлшек делінеді. 32,17; 0,3; 0,743; 6,09; 0,003 – ондық бөлшектер.

Егер бөлімдері 10, 100, 1000 т.с.с. болып келетін бөлшек бұрыс болса, онда бұрыс бөлшекті аралас бөшек түрінде өрнектеп, одан кейін ондық бөлшек түрінде жазады: $\frac{847}{10} = 84\frac{7}{10} = 84{,}7$; $\frac{127}{100} = 1\frac{27}{100} = 1{,}27$ немесе бірден $\frac{127}{100} = 1{,}27$;

Ондық бөлшектерді оқуға үйретіледі: 9,3 - тоғыз бүтін оннан үш, 5,27 - бес бүтін жүзден жиырма жеті, 3,419 – үш бүтін мыңнан төрт жүз он тоғыз, 0,03 - нөл бүтін жүзден үш, т.б.

Сөзбен айтылғанды ондық бөлшек түрінде жаза алуға да үйретіледі: бес бүтін мыңнан жүз сегіз -5,108; нөл бүтін жүзден жеті – 0,07; жүз сегіз бүтін он мыңнан жеті жүз үш – 108, 0703; нөл бүтін мыңнан бір – 0,001 т.с.с.

Ондық бөлшектің соңындағы нөлді алып тастағаннан немесе тіркеп жазғаннан оның мәні өзгермейтіндігі айтылады.

Мысалы, 2,310=2,31=2,3100.

Натурал сан сяқты, кез келген ондық бөлшекті ондық разриядтық қосылғыштар түрінде жазуға болады.

Мысалы,$7{,}189 = 7+\frac{1}{10}+\frac{8}{100}+\frac{9}{1000}$. Демек, ондық бөлшекте үтірдің оң жағындағы разриядтық бірліктерінің әр қайсысы алдыңғысынан $\frac{1}{10}$-ге кем. Үтірден кейінгі екінші қосылғыш $\frac{1}{10}:10$, яғни $\frac{1}{100}$-ге, ал үтірден кейінгі үшінші қосылғыштың бірлік разряды $\frac{1}{100}:10 = \frac{1}{1000}$-ге тең болады

Сонда 7,189 ондық бөлшегінің бөлшек бөлігінде 1 ондық үлес, 8 жүздік үлес, 9 мыңдық үлес бар.

Есептеулер кезінде жай бөлшектерді ондық бөлшекке айналдырып алып, амалдарды орындау оңай. Сондықтан жай бөлшекті ондық бөлшекке айналдыра алу керек. Бірақ барлық жай бөлшектерді ондық бөлшек түрінде жазып көрсетуге болмайды. Тек қана, егер жай бөлшектің бөлімінің жай көбейткіштерге жіктелуінде тек қана 2 немесе 5 сандары болса, онда жай бөлшектерді ондық бөлшектерге айналдыруға болады. Мысалдар келтіріледі:

$$5\frac{17}{20} = 5\frac{17\cdot 5}{20\cdot 5} = 5\frac{85}{100} = 5{,}85; \qquad 16\frac{3}{25} = 16\frac{3\cdot 4}{25\cdot 4} = 16\frac{12}{100} = 16{,}12.$$

Басқа түрдегі жай бөлшектер кездескенде, керісіінше, ондық бөлшектер жай бөлшекке айналдырылып есептеу жұмыстары жүргізіледі.

Кез келген ондық бөлшекті жай бөлшекке айналдыруға болады.

$7{,}63 = 7\frac{63}{100}$; $4{,}8 = 4\frac{8}{10} = 4\frac{4}{5}$; $0{,}35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$: $5{,}05 = 5\frac{5}{100} = 5\frac{1}{20}$.

Оқушылар мынадай жай бөлшектердің ондық бөлшек түріндегі жазылуын жатқа білгені абзал:

$\frac{1}{2}$ = 0,5; $\frac{1}{4}$ = 0,25; $\frac{3}{4}$ = 0,75; $\frac{1}{10}$ = 0,1; $\frac{1}{100}$ = 0,01.

Тақырыпты оқып-үйрену нәтижесінде оқушылар білуі тиіс:

1. Қандай бөлшектер ондық бөлшек деп аталатынын.
2. Бөлімдері 10, 100, 1000 т.с.с болып келетін жай бөлшекті ондық бөлшек тұрінде жазуды.
3. Ондық бөлшектерді оқи алу және оларды жазып көрсетуді.
4. Жай бөлшекті ондық бөлшек түрінде жазуға болатынын немесе болмайтынын.
5. Ондық бөлшекті жай бөлшек түрінде жазуды.

Ондық бөлшектерді оқу және жазуға, түрледіруге арналған жаттығулар:

1.Мына сандаары бөлімсіз жазу. $\frac{9}{10}$; 2) $3\frac{2}{100}$; 4) $8\frac{37}{1000}$; 5) $\frac{236}{1000}$; 6) $\frac{33}{10}$; 7) $\frac{2915}{100}$; 8) $\frac{1915}{1000}$.

2.Сандарды оқу. 1) 0,8; 2) 4,5; 3) 46,00203 4) 0,0006; 5) 1432,019; 6) 3,2356.

3. Сандарды жазу. 1) 15 бүтін жүзден 25; 2) 3 бүтін мыңнан 8; 3) 6 бүтін он мыңнан 19; 4) 0 бүтін мыңнан 615; 5) 215 бүтін жүз мыңнан 81.

4. Мына сандардың ондық, жүздік, мыңдық үлестері қанша: 8,37; 6; 150; 14,3; 30,105; 0,7; 15,0044; 1200,1?

5. Ондық бөлшектерді өсу ретімен жазу: 0,25; 0,33; 0,338; 0,366; 0,2515; 0,00456: 0,6209.

6. Ондық бөлшектерді оқу: 5,06; 5,060; 5,0600; 5,06000. Олар туралы не айтуға болады?

7. Жай бөлшектерді қайсысын ондық бөлшек түрінде жазуға болады?

$\frac{1}{2};\frac{7}{5};3\frac{3}{20};5\frac{4}{25};10\frac{13}{50};2\frac{5}{16};7\frac{17}{200};88\frac{3}{75};\frac{2}{3};5\frac{3}{140},9\frac{43}{250};\frac{7}{150};6\frac{7}{8}.$

Ондық бөлшек түрінде жазуға болатынын жазып көрсет.

8. Ондық бөлшекті жай бөшек түрінде жазу: 80,721; 2,9; 8,72; 0,215; 5,44; 0,36; 15,25;0,4.

Ондық бөлшектерді қосу және азайту.Ондық бөлшектер ондық жүйеде жазылған сан болғандықтан, оларды қосу натурал сандарды қосу сияқты орындалады. Ондық бөлшектерді қосу амалы қалай орындалатынын негіздеу үшін ондық бөлшектерді жай бөлшектер түрінде жазып, қосу амалын орындайды. Қосынды қайтадан ондық бөлшекке айналдырылады.

Мысал. $5{,}25+16{,}3=5{,}25+16{,}30=5\frac{25}{100}+16\frac{30}{100}=21\frac{55}{100}=21{,}55.$

Демек,

$$\begin{array}{r} 5{,}25 \\ +\quad \\ 16{,}3 \\ \hline 21{,}55 \end{array}$$

Осындай бірнеше мысалды оқушылар өз бетінше орындағаннан кейін, өздері ондық бөлшекті ондық бөлшекке қосуды ережесін біледі.

Ондық бөлшектерді қосқанда:

1) қосылғыштардың үтірлерін бір-біріне дәл келтіріп жазу ондық бөлшектерді қосудың басты қажетті шарты;

2) сол кезде аттас разрядтар мен аттас үлестер бірінің астына бірі дәл келіп, оларды баған түрінде қосуға мүмкіндік болады;

3) сонан соң натурал сандарды баған түрінде қосу сияқты қосылады;

4)қосындыда үтірді берілген бөлшектердегі үтірдің астына келтіріп қою керек.

Оқушыларға тағыда бір ерекшелікті аша кету қажет: Ондық бөлшекті қосу үшін үтірден кейінгі ондық таңбалар санын теңестіру – жай бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру болып табылады.

Ондық бөлшектерді қосуда қосудың ауыстырымдылық және терімділік қасиеттері орындалады. Осы қасиеттерді пайдаланып ондық бөлшектерді қосуды жеңілдетіп есептеуге болатындығы айтылады.

Мысал. 2,3+5,81+6,7=(2,3+6,7)+5,81=9+5,81=14,81.

Бөлшектерді қосуда қосудың терімділік қасиеті пайдаланылған.

Ондық бөлшектерді азайтуда да ондық бөлшектерді қосудағы сияқты үтірді үтірдің астына тура келтіріп жазу керек, сонан соң ондық үлес таңбалар сандарын теңестіріп, азайғыш ондық бөлшектен азайтқыш ондық бөлшектің сәйкес ең төменгі (аз) үлестерінен бастап жоғары үлестеріне қарай разрядтары бойынша азайтуды орындайды.

1-мысал: 18,45-9,76=8,69

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 18{,}45 \\ 9{,}76 \end{array} \\ \hline 8{,}69 \end{array}$$

Мұның да негіздемесі жай бөлшек арқылы көрсетіледі:

$$18\frac{45}{100}-9\frac{76}{100}=17\frac{145}{100}-9\frac{76}{100}=8\frac{69}{100}=8{,}69.$$

Егер азайғыш натурал сан болса, онда натурал саннан кейін үтір қойып, қажетті нөлдер санын тіркеп жазып алып, азайту орындалады.

2-мысал. 67-45,63=21,37

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 67{,}00 \\ 45{,}63 \end{array} \\ \hline 21{,}37 \end{array}$$

Негіздемесі:

$$67-45\frac{63}{100}=66\frac{100}{100}-45\frac{63}{100}=21\frac{37}{100}=21{,}37.$$

Ондық бөлшектерді қосу және азайту амаладрын оқып-үренуден күтілетін нәтижелер.

1. Тақырыпты оқу нәтижесінде оқушылар білуі тиіс:

1) Ондық бөлшектерді қосу және азайтуды.

2) Ондық бөлшектерді қосу амалының құрамды бөліктерін және оның нәтижесін.

3) Азайту амалының құрамды бөліктері мен нәтижесі қалай аталатындығын.

4) Екі санның айырмасы не?

5) Азайту амалының дұрыс орындалғанын қалай тексеруге болады?

6) Қосудың дұрыс орындалғанын қалай білеміз?

2. Амалдарды орындай алу керек.

1) *а*) 7,55+2,46; *ә*) 2,43+3,3; *б*) 37,4+3,02558; *в*) 0,98+0,02; г) 0+0,157;*д*) 25,657+0;

2) *а)* 6,9-3,2; *ә)* 68,3-23,4; *б)* 2,37-0,64; *в)* 46,103-7,249;*г)* 315-0,783; *д)* 51,72-5,7;

3) *а)* 2+0,6+52,7*; ә)* 0,04+22,2537+10+2,1735;

4) *а)*$3{,}5 + 5\frac{1}{6}$; *ә)*$12{,}35 - 4\frac{2}{25}$; *б)* $4\frac{9}{20}$ +15,05: *в)*$10\frac{7}{12}$ +0,05;

3. Өрнектің мәнін табу.

1) *а*) 9,23- 1,5+4,38- 0,05; *ә*) 9,5+(16,7 – (12,91-11,97)).

3. Тиімді әдіспен өрнектің мәнін тап.

1) 3,27+1,78+5,73; 2) 23,49+35,6 +31,51; 3) 9,46+22,88 - 3,46;

4. Теңдеуді шешу.

а) x+5,56 = 9,22; б) 2x – 1,43 = 4,57:
6,127 + x = 25,002; в) 35,79 – x = 88,8

5. Жолаушы барытын жеріне 94 км автомобильмен. 635,6 км пойызбен, 2625 км ұшақпен ұшып жетті. Ол барлығы қанша жол жүрді?

6. Үшбұрыштың бір қабырғасы 11,4 см, екіншісі одан 2,25 см қысқа да, үшіншісі 0,85 см ұзын. Үшбұрыштың периметрін табу керек.

Ондық бөлшектерді көбейту және бөлу.Ондық бөлшекті ондық бөлшекке көбейту тіктөртбұрыштың ауданын табу арқылы түсіндіріледі. өлшем бірліктері арасындағы байланысты пайдаланып ұсақтап (1 см =10 мм), ондық бөлшекті натурал санға айналдырып, сонан соң қайтадан ірілеп және жай бөлшекті пайдаланып есептейді.

Мысал. Ұзындығы 8,7 см, ені 5,3 см тіктөртбұрыштың ауданы былайша табылады: 8,7 см = 87 мм; 5,3 см = 53 мм, онда

8,7 см · 5,3см = 87 мм · 53 мм = 4611 мм^2.

$$4611мм^2 = \frac{4611}{100}см^2 = 46\frac{11}{100}см^2 = 46{,}11см^2.$$

Осы ондық бөлшектерді көбейтуді жай бөлшектерді көбейтумен тексереді.

$$8{,}7\cdot 5{,}3 = 8\frac{7}{10}\cdot 5\frac{3}{10} = \frac{87}{10}\cdot\frac{53}{10} = \frac{4611}{100} = 46\frac{11}{100} = 46{,}11$$

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 8{,}7 \\ 5{,}3 \end{array} \\ \hline 261 \\ +\;435 \\ \hline 46{,}11 \end{array}$$

Сол сияқты 5,13·6,2=31,806.

Демек, ондық бөлшектерді көбейту натурал сандарды көбейту сияқты орындалады. Бірақ оқушылар назарын көбейткіштердегі ондық үлес таңбалары санының қосындысы көбейтіндідегі ондық үлес таңбалары сандарына тең екеніне аударады.

Ондық бөлшекті 10-ның қандай да бір дәрежесіне көбейту ерекше қарастырылады. Ол үшін натурал санды 10, 100, 1000, т.б. көбейту еске түсіріледі. 15,342 ондық бөлшегін 10-ға көбейтейік.

15,342·10 = (1ондық +5 бірлік +3 бірлік үлес +4 ондықдык үлес +2 жүздік үлес)·10 = 1 жүз + 5 он +3 бірлік+ 4 бірлік үлес + 2 ондық үлес = 153,42.

Сонда 15,342·10= 153,42. Демек ондық бөлшекті 10-ға көбейткенде ондық бөлшектің үтірі оңға бір орын жылжиды екен.

15,342·100 көбейтейік. 100 = 10^2 = 10·10 екенін есекрсек,15,342· 100 = (15,342·10) ·10= 153,42·10 = 1534,2. Мұнда ондық бөлшектің үтірі екі орынға оңға жылжыды.

Енді оқушыларға 15,342·1000 көбейтуді өз беттерінші орындау ұсынылады. Мұндай жағдайда үтір оңға үш орынға жылжиды: 15342·1000 = 15342.

Енді оқушылардың өздері индуктивті қоытынды жасай алады: ***Ондық бөлшекті 10, 100, 1000, т.б. көбейту үшін, ондық бөлшектің үтірін көбейткіш ондықтарда қанша нөл болса сонша орынға оңға жылжытады.***

Ондық бөлшектерді көбейтудің ережесін қорытындылаған соң, тақырыпты оқушылардың түсіну дәрежесі тексеріліп, бекітіледі.

Ондық бөлшекті ондық бөлшекке бөлгенде бөліндінің негізгі қасиетін пайдаланып, бөлгіш бүтін сан болатындай етіп бөлінгіш пен бөлгішті 10, 100 т.с.с. көбейтеді де, сандарды бөлу ережесі сияқты орындайды.

Мысалы:

274,56:85,8= 2745,6 : 858 =3,2.

$$\begin{array}{r|l} -\,2745{,}6 & 858 \\ \cline{2-2} 2574 & 3{,}2 \\ \hline -\,01716 & \\ 1716 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ондық бөлшекті бөлу үшін:

1) бөлгіште үтірден кейін қанша цифр тұрса, бөлінгіш пен бөлгіштегі үтірді оңға қарай сонша орынға жылжытады;

2) содан соң ондық бөлшекті натурал санға бөлуді орындайды.

Егер бөлінгіштегі үтірден кейінгі цифрлар саны бөлгіштегі үтірден кейінгі цифрлар санынан аз болса, онда бөлгіштегі үтірден кейінгі цифрлардың оң жағына қажетті нөлдерді тіркеп жазады да бөлуді орындайды.

Мысалдар:

1) 5,1 : 0,17= 510 : 17 = 30;

2) 6,3 : 0,1= 63:1= 63;

3) 6,3 : 0,01= 630:1= 630.

Ондық бөлшекті 0,1; 0,01; 0,001;… разрядтық үлестерге бөлу ондық бөлшекті 10, 100, 1000,… разряд бірліктеріне көбейтумен 5х·

Ондық бөлшектерді көбейту және бөлу амалдарын оқып-үйрену үдерісінде оқушылар біліуі тиіс:

1. Ондық бөлшектердікөбейту және бөлуді.
2. Ондық бөлшекті 10, 100, 1000, т.с.с. көбейту мен бөлуді.
3. Ондық бөлшнекті 0,1; 0,01; 0,001, т.с.с көбейту және бөлуді.
4. Көбейту мен бөлудің құрамда бөліктері мен амалды орындау нәтижелерінің атауларын.
5. Көбейту амлының заңдарын және косу мен көбейтудің үлестірімділік заңын..
6. Көбейту мен бөлу амалдарды орындай алу.
7. Көбейту амалын орындау:

а) $0,3\cdot 8$; г) $(0,11)^2$; з) $0,032 \cdot 100$;
ә) $9\cdot 0,27$; д) $35,5\cdot 2,7$; и) $1000 \cdot 12,025$;
б) $0,15\cdot 0,4$; е) $0,43\cdot 0,005$; к) $176,7 \cdot 0,01$;
в) $60\cdot 0,5$; ж) $(2,5)^3$; л) $3,68\cdot 0,1$.

8. Қабырғасы 10,4 см квадраттың периметрін және ауданын табу.

9. Бір қабырғасы 12,5 см , екіншісі одан 2 см кем тік төртбұрыштың ауданын табу керек.

10. 675 тг ақшаның 0,12 бөлігіне кітап, 0,16 бөлігіне қағаз және 0,1 бөлігіне карандаш сатып алынды. Қанша ақша жұмысалған?

11. Шеңбердің ұзындығы диаметрінен 3,14 есе ұзын. Радиусы 7,6 м болса, шеңбердің ұзындығы қанша?

12. Амлдарды орындау

а) 4,609 +1,37 + 5,0,125: б) $0,216\cdot 35 + 0,0117\cdot 100$;
ә) $(13 – 12,47) \cdot 0,8 \cdot 19$: в) $(5,4 – 3,65) \cdot (10,28 - 7,09)$.

13. Бөлу амалын орындау:

а) 93,15: 23; г) 0,83:0,1;
ә) 41,58:5,4; д) 0,17:0,01;
б) 36 : 2,25; е) $0,0057\cdot 100$;
в) 3 : 0,01 5 ж) $345,6 \cdot 10$

14. Есептеп шығару:

а) 4,96: 10 + 35,8 :100 + 0,0042;
ә) $(16,97 +25,84) \cdot (35,55 : 4,5)$;
б) (1,14+0,76) : (1,14 – 0,76) + 0,054:0,012;
в) $(28,7\cdot 0,15) : (0,25\cdot 0,21) +22,5:1,25$.

15. Дүкендегі кездеменің 3870 метрін сатылды. Бұл барлық кездеменің 0,9 бөлігі болатын. Дүкенде барлығы қанша кездеме болған?

16. 0,25-тен 0,7 неше есе көп?

17. Бір орам сымның салмағы 44,46 кг. Егер 1 м сымның салмағы 292,5 г болса, бір орамда неге метр сым бар? 608 метр сым алу үшін қанша орам керек?

18. Сағатына 85,6 км жүріп отырса, 342,4 км қанша уақытта жүреді?

19. Теңдеулерді шешу.

а) $46 \cdot x = 18,4$: б) $x : 0,2 = 7,1$;

ә) $5x \cdot 245 = 2,484$: в) $15 : x = 3,75$.

«Ондық бөлшектер» тақырыбын өткеннен кейін оқушылар білімін есепке алу үшін ондық бөлшектерге және ондық бөлцктер мен жай бөшектер араласып келетін барлық амалдарды орындауға есептер шығарылады.

1. Амаларды орындау:

1) $(0,598 + 0,536) : 0,28 : (0,003 \cdot 5 + 0,029 \cdot 15)$;

2) $\frac{28,4 \cdot 2,5-1,34}{1,08:1,5+6,3:0,28}$; 4) $\frac{(0,3125 \cdot 1\frac{1}{5} + \frac{11}{40}) : 1,3}{(\frac{18}{25} - 0,39) : \frac{33}{50}}$: 5) $\frac{3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75} - \frac{4}{25}}$;

2.Оң және теріс сандарды оқытудың жалпы мәселелері

Математика ғылымы сан ұғымының дамуымен қатар жүріп отырды. Соның ішінде математика ғылымына теріс сан ұғымның енуі өте қиын да ұзақ жолдан өтті. Ертедегі гректер нақтылы түсініктеме бере алмағандақтан теріс санды мойындамаған. Тек Диофантта ғана теріс санның нышандары табылады.

Теріс сан ұғымын енгізуге байланысты алғашқы батыл қадамды Х ғасырда индия ғалымдары жасады. Олар қаржылай қарыз болғанды теріс, ал ақшасының бар болуын оң сан деп қарастырды. Бірақ Орталық Шығыс халықтары теріс санды мойындай қоймады. Ал ХУІ ғасырға дейін европа оқымыстылары да теріс санның бар болуымен келісе алмады. Теріс сан ұғымы ХУІІ ғасырда Декарттың аналитикалық геометриясы құрылғаннан кейін қана түсінікті болды. Оснадай жағдайда математика ғылымында теріс сан ұғымы пайда болды.

Енді теріс сандарды мектепте қайтіп оқытуамыз деген мәселе туындады. Бірінші кезекте теріс сан ұғымын қалай енгізу керек? – деген сұрақтың жауабаын табу керек болды. Мұнда да тарихи-тәжірибелік қағидат жәрдемге келеді. Адамзат тарихында «+» және «-« таңбаларын қосу мен азайту амалдарын белгілеуден көп бұрын, табыс табу мен шығынға батуды, көбею мен азаюуды, арту мен кемуді білдіру үшін пайдаланған. Нақтылы үдерістердегі шамалардың қарама-қарсы бағыттарда өзгеруі мектептегі теріс сан ұғымын енгізуде пайдаланылады. Бұл теріс санды енгізудің бірінші жолы.

Теріс сандарды мектепке енгізудің екінші бір жолы - ол оң сандар жиынында азайту амалын орындауға байланысты жағдайларды қарастыру болып табылады.

Үшінші жағдайда бір түзудің бойына орналасқан векторлардың ұзындықтары мен оның бағытын қарастыру оң және теріс сан ұғымдарына келтіріледі.

Күнделікті тіршілікке байланысытылығы және көрнекілігіне байланысты қазіргі мектеп оқулықтары негізінен бірінші жолды басшылыққа алады. Мұндағы қолданылатын негізгі әдісі - нақтылы-индуктивті (толымсыз индукция). Бұл жерде дедуктивті әдістің қолданылуы шетеулі.

Оқушылар рационал сан ұғымымымен таныс. Теріс сан ұғмының енуіне байланысты рационал санның көлемі кеңейеді. Енді әрбір рационал санға сан өсінен сәйкес бір нүкте табуға болады.

Теріс сан ұғымын енгізу. Теріс сандарды енгізу кезіндегі туындайтын бірінші әдістемелік мәселе ол оқушылардың жаңа сандарды енгізу қажеттігіне көзін жеткізу болып табылады. Бұл мәселе мақсатқа сай есептерді іріктеп алу арқылы жүзеге асырылады. Осындай есептердің кейбіреулерін келтірейік.

Тиін інінен шығып, ағаштың діңгегі бойынша жоғары-төмен жүгіре бастады (Бұл пойздың стансадан шығып алдымен бір бағытта, одан соң стансадан кері бағытта жүруі, температураның өзгеруі т.б. болуы мүмкін). Сурет көрсетіліп мынадай сұрақтарға жауап біріледі:

1. Егер тиін інінен 3 м қашықтықта болса, ол қай жерде болғанын көрсетуге бола ма? Оқушылар жауабы әр түрлі болады: біреулері інің жоғары жағын, екіншілері төмегі жаңын көрсетіп жатады.

2. Егер а) тиін інінен 2 м жоғары жағында болса қайда болады?;

ә) ал егер інінен 3 м төмен болса ше?;

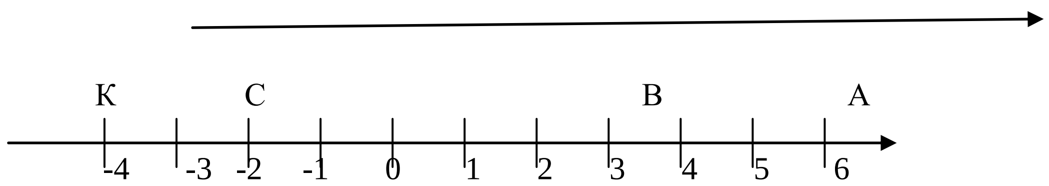
б) інінен 1,5 м төмен блғанда ше?;

в) інінен 2,5 м жоғары болса, онда ол қай жерде болады?

Бұл есепті шығару арқылы тиіннің ағаштағы орнын көрсету үшін мынаны білу қажеттігі анықталады: оның інінен қандай қашықтықта орналасқанын және оның бағытын (інінен жоғары не төмен) білуіміз қажет. Бізге белгілі сандармен тиіннің інінен қандай қашықтықта және қандай бағытта орналасатындығын анықтауға болмайтындығы түсіндіріледі.

Есепті математикалық тілде көрсеткен пайдалы. Ол үшін ағаш орнына сан түзуін, ін орнына сан түзуінің белгілі бір тиянақты нүктесін, тиін үшін түзудің кез келген нүктесін алу керек. Бұл жаңа сандарды енгізудің көрнекі-геометриялық кескіні.

Оқушыларға мынадай тапсырма беріледі. Солдан оңға қарай түзу жүргізіп, оның бойынан *O* нүктесін белгілеңдер. Осы түзудегі *O* нүктесінің оң жағында 6 клетка қашықтықта жатқан *A* нүктесін, *O* нүктесінің оң жағында одан 2,5 клетка қашықтықта *B* нүктесін, *O* нүктесінің сол жағында одан 2 клетка қашықтықта болатын *C* нүктесін, *O* нүктесінің сол жағында одан 3,5 клетка қашықтықта болатын *K* нүктесін белгілеңдер.



1-сызба

Нәтижеде оқушылар «координата түзуі»» ұғымын қабылдауға дайын болады. Мұғалімге тек «есептеудің бас нүктесі», «түзудің оң бағыты», «түзудің теріс бағыты» деген терминдерді айту ғана қалады.

Егер оң бағытты «+» таңбасымен, ал теріс бағытты «-» таңбасымен белгілесек, онда жоғарыдағы қарастырылған есептегі *A* нүктесінің жағдайы +6 санымен, ал *B* нүктесінің жағдайы +3,5 санымен, *C* нүктесінің жағдайы –2 санымен, ал *K* нүктесінің жағдайы –3,5 санымен, ал *O* нүктесінің өзі болса, *0* санымен анықталады. 0, +6, +3,5 сандары бұрыннан белгілі болатын, -2, -3,5 - жаңа сандар. +6, +2,5,…, сандары оң сандар деп (оларды «+» таңбасын жазбай-ақ 6, 2,5 деп белгілеуге болады), -2, -3,5,… - сандары теріс сандар деп аталады.

Оң сандар мен теріс сандар және 0 саны - рационал сандар. Әрбір рационал санға түзу бойынан бір нүкте сәйкес келеді.

Оқушылардың жаңа сандарды енгізу қажеттігін тек түсініп қана қоймай, олардың мағынасын да түсінгені маңызды. Бұл мақсатта оң және теріс сандарды сан түзуіндегі нүктелер арқылы кескіндеуге, оқуға арналған жаттығуларды орындаған пайдалы.

Сондай мысалдардың кейбіреуін келтірейік.

Төмендегі келтірілген сөйлемдерді «+» және «-« таңбаларын қолдану арқылы қысқаша түрде жазыңдар:

1) ауаның температурасы түн ортасында 0^0-тан 4 градус төмен болды, ал түс мезгілінде нөлден 10 градус жоғары болды;

2) өзендегі судың деңгейі су тасқыны кезінде нөлдік белгіден 1,9 м жоғары, ал су тасқыны қайтқанда нөлдік белгіден 1,9 м төмен болды;

3) прибордың стрелкасы нөлдік белгіден оңға қарай 4,5 бөлікке ауытқыды; 2,5 бөлікке солға қарай ауытқыды.

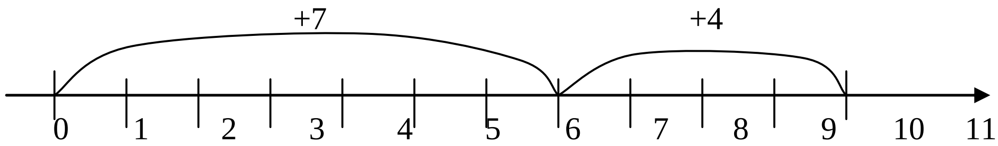
Кері тапсырмалар орындаған да пайдалы (математика тілінен табиғи тілге аудару).

Қоймашы қоймадағы журналға мынадай белгілер жазды: «Таң шапағы» ұжымы +23,5 т; №1 асхана –2,5 т; «Жеңіс» ұжымы +32 т; №2 асхана –3 т; №5 жеміс дүкені –6 т. Бұл жазуларды қалай оқуға болады?

Оң және теріс сандарға амалдар қолдану. Енді оң сандар мен теріс сандарға қолданылатын амалдардың қалай енгізілетінін қарастырайық. Оң сандар мен теріс сандарға қолданылатын амалдардың ережелері мазмұнды есептерді шығару арқылы түсіндіріледі (мысалы, температураны анықтау туралы есеп немесе автомобильдің оң және оған кері бағытта қозғалысына байланысты есеп, сандардың сан өсіндегі орныны т.б.).

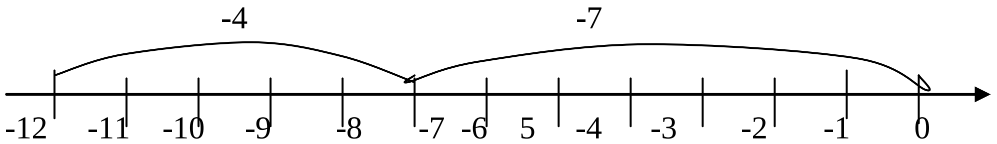
Мысал ретінде оң сандар мен теріс сандарды қосу ережесін енгізудің әдістемемін келтірейік (оның негізінде индуктивті жалпылау жасалынады).

1. Алдын ала белгіленген жерден бір бағытта (оңтүстікке не солтүстікке, шығасқа немесе батысқа, Алматыға қарай немесе оған кері бағытта т.б.) қозғалғандағы жүрілген жолды табу есебі шығарылады. Мысалы жолаушы тұратын жерінен шығып 7 км жол жүріп, біраз уақыт аялдағаннан кейін тағы 4 км жүрді. Ол барлығы канаша км жол жүрді? Оқушылар бұл есеп қосу амалы арқыла шығарылатынын біледі де, 7+4 = 11 км екендігін ауызша бірденен айта алады. Енді мұғалім мәселені басқаша қояды: жолаушы оң бағытта жүрген болса, (+7) мен (+4) сандарының (+7)+(+4) қасындысын немесе егер ол кері бағытта жүрген болса, (-7) мен (-4) санлдарының (-7)+(-4) қосындысын есептей алуымыз керек. Мұндай жағдайда сандардың қосындысын табуды көрнекі кескіндеу үшін сан түзуі жәрдемге келеді.



(+7)+(+4)=11

2-сызба



3-сызба

(-7)+(-7)=-11

Бұл екі жағдаайда да оқушылардың назарын қосылғыштардың модулі мен қосындының модуліне және олардың таңбаларына аударылады. Яғни,
(+7)+(+4)=+11 жазылуын (+7)+(+4)=+(7+4)=+11 түрінде жазып көрсетіледі, ал (-7)+(-4)=-11 жазылуын мына түрде жазамыз (-7)+(-4)=-(7+4)=-11.

Сан түзулерінің жәрдемімен оқушылар өз бетінше (+5)+(+8)=+13, (-5)+(-8)=-13 орындайды.

Осыдан кейін таңбалары бірдей сандарды қосу ережесін оқушылардың өздері тұжырымдап айта алады: ***Таңбалары бірдей сандарды қосу үшін қосылғыштардың модульдерін қосып қосындыға қосылғыштардың ортақ таңбасы қойылады.***

Бұл ережені алдымен ауызша одан соң жазбаша жаттығуларды орындау арқылы бекітіледі.

Таңбалары бірдей сандарды қосуды үйрендік. Ал енді қосылғыштардың таңбалары әр түрлі болса, онда қалай қосуға болады деген проблемалық сұрақ қойылады.

Мысалы, бірнеше топқа (+7)+(-4), (-7)+(+4), (+4)+(-7), (-4)+(-7) сияқты қосындыларды табу тапсырмалары беріледі. Әрбір топ сан өсінде қосындыны кескіндеп қосу амалын орындайды.

Нәтижеде, ***«таңбалары әр түрлі сандарда қосу үшін қосылғыштардың модулі үлкен саннан модулі кішісін шегеріп, қосындыға үлкен қосылғыштың модульінің таңбасы қойылады»*** деген ереже тұжырымдалады.

Қарама-қарсы екі санның қосындысы нөлге тең. Немесе қарама-қарсы бірдей сандардың қосындысы нөл болады.

Тақырыпты оқу барысында оқушы мыналарды білуі керек.

1. Таңбалары бірдей сандарды қосуды.
2. Таңбалары әр түрлі сандарды қосуды
3. Қандай екі сан қарама-қарсы екенін.
4. Қарама-қарсы екі сандардың қосындысы нөлге тең болатынын.
5. Рационал сандарды қосу кезінде ауыстырымдылық және терімділік қасиеттердің орындалатындығын.
6. Оқушылар төмендегідей сесптерді шығара алуы тиіс:

1) (+33)+(+127); 2) 25+(+7); 3) (-37)+(-113); 4) (+42)+53; 5) -3,7+(-4,3)

6) (-4,8)+(-5,2); 7) 13+(-32); 8) (-7,3)+6,8; 9) $(-8\frac{7}{9})+1\frac{5}{12}$; 10) (-7)+(-7);

11) $4{,}75+(-4\frac{3}{4})$; 12) (-10)+10; 13) (-37)+25+(-18); 14) 6,8+(-9,5)+14;

16) $(-11\frac{4}{9}) + 3\frac{5}{12} + 7\frac{7}{18}$.

Рационал сандарды азайту амалын енгізі үшін мынадай түсіндірме жүргізіледі. 2 санынан 5 санын шегергендегі 2-5 айымасын табу керек болсын. Натурал сандар жиынында кіші натурал снннан үлкен натурал санды шегере алмаймыз. Демек, натурал сандар жиынында азайту амалы әр уқытта оындала бермеді екен.

Бірақ рационал сандар жиынында азайту амалын әр уақытта орындауға болады. Азайту амалының анықтамасын еске түсірейік. *а-в=с* айырасы деп азайтқышқа (в-ға) қосқанда азайғыш (а) шығатын с санын айтады. Сонда *с=а+в*. Біздің жағдайымызда *а*=2, *в*=(-5). Демек, 2+(-5)=-3. Олай болса, екі натурал санның айырмасын табу үшін, азайғышқа азайтқышқа қарама-қарсы санда косу керек екен: а – в = а + (-в).

Осы айтылғандарға сүйеніп кезкелген срнның айырамсын табуға болады.

$$7 - 9 = 7 + (-9) = -2;$$
$$6 - (-11) = 6 + 11 = 17;$$
$$-8 - (-4) = -8 + 4 = -4;$$
$$(-7) - 3{,}5 = (-7) + (-3{,}5) = -10{,}5.$$

Осындай есептер шығарған кейіін кез келген екісанның айырмасын әр уақытта табуға болады деген маңызды қорсытындыға келуге болады.

Ал енді азайғыш пен айырманың біреуі нөл болған жағдайды қарастырайық. а=0 болсын, 0-в=0+(-в)=-в. в=0 болса, онда а-0 = а+(-0)=а болады. Мындай формулалар дұрыс екен: 0 – а = -а; а – 0 = а.

Енді оң сандар мен теріс сандарды көбейту ережесінің әдістемелік схемасын келтірейік.

1) Мынадай есепті ұсыну қажет: ауаның температурасы *b* тәулік бойы, әр тәулігіне *a* градустан өзгеріп отырды. Егер: а) *a=2, b=3;* ә) *a=-2, b=3;* б) *a=2, b=-3;* в) *a=-2, b=-3* болса, онда *b* тәуліктен кейін ауаның температурасы қалай өзгереді?

2) есептегі мынадай сөйлемдердің мағынасын түсіндіріңдер: *a* саны 2-ге, -2-ге тең болғанда ауаның температурасы *a* градус өзгерді деген нені білдіреді; *b* саны 3-ке, –3-ке тең болғанда ауанның температурасы *a* градус өзгерді деген нені білдіреді?

3) 1-есептегі а) жағдайы үшін есепті шығарыңдар: 3 тәулікте ауаның температурасы екі есе артты; 2 есе арту 2-ге көбейту арқылы анықталады; бұдан ізделінді температураны 2-ге 3-ті көбейту арқылы табамыз: $+2\cdot(+3)=+6$. Қалған есептер осыған ұқсас болатындықтан, олар көбейту амалы арқылы шығарылады деген

қорытындыға келеміз. Сондықтан оң таңбалы және теріс таңбалы сандарды көбейту амалын білу қажеттілігі шығады.

4) 1-есептегі ә) жағдайы үшін есепті тұжырымдаңдар: «Егер әрбір тәулік сайын ауаның температурасы 2 градус төмендейтін болса, онда 3 тәуліктен кейін ауаның температурасы қандай болады?» және оның шешімін жазыңдар. «Алдымен ауаның температурасы 3 тәуліктен кейін 6 градусқа дейін төмендейтіндігі анықталады. Бұл температураның төмендеуі –6 санымен анықталады, сөйтіп ол былайша жазылады: $a\cdot b=(-2)\cdot 3=-6$».

5) Қалған жағдайлар үшін есептің шешімі былайша анықталады: $a\cdot b=2\cdot(-3)=-6,\ ab=(-2)\cdot(-3)=+6.$

Табылған көбейтіндіні математикалық тәсілмен қалайша табуға болады;

6) Оң сандар мен теріс сандарды көбейту ережесін тұжырымдаңдар;

7) Көбейтіндінің таңбасы мен оның модулінің қалай анықталатыны қарастырылады.

8) Есептеуді қысқаша түрде жазуға көшу біртіндеп жүзеге асырылады.

Оң және теріс сандарды көбейту мен бөлуде мынадай ережелер ескеріледі:

1. Екі оң санның (екі теріс санның) көбейтіндісі (бөліндісі) оң сан болады:

(+)·(+) = +	(+) : (+) = +
(-)·(-) = +	(-) : (-) = +

Мысалы: 7·8=56, $14:5=\frac{14}{5}$, (-7)·(-8)=56, $(-14):(-5)=\frac{14}{5}$.

2. Таңбалары әртүрлі екі санның көбейтіндісі (бөліндісі) теріс (минус) таңбалы болады:

(-)· (+) = -	(-) : (+) = -
(+)· (-) = -	(+) : (-) = -

Мысалы: (-0,25) · 8=-2, $-\frac{5}{2}:\frac{3}{2}=-\frac{5\cdot 2}{2\cdot 3}=-\frac{5}{3}$,

$\frac{3}{2}\cdot(-12)=-18,\qquad 2{,}4\cdot(-5)=-12.$

0ң және теріс сандарға амалдар қолдану тақырыбын өткеннен кейін жиынтық бағалау тапсырмалары төмендгедей болады.

1. Амалдарды орындау. а) $(2\frac{3}{4}-2\frac{3}{8}-0{,}3):0{,}6;$ ә) $9{,}6\cdot 2\frac{1}{2}-(2{,}125-1\frac{5}{12}):\frac{1}{4}$;

4. Қазіргі кезде нақты сан ұғымын ерте бастан, 6-сыныптан бастап енгізілу себептері.

Практикалық есептеу жұмыстарын жүргізу үшін рационал сандар жиыны жеткілікті. Иррационал сандарды енгізу ең алдымен математиканың ішкі қажеттілігін қанағаттандыру үшін керек, мәселен олар мынадай есептерді шығару кезінде байқалады.

1. 2 санының квадрат түбірінің мәнін табуда.
2. x^2-2=0 теңдеуін шешуде.
3. Квадраттың диагоналын оның қабырғасы арқылы өрнектеуде.
4. Ауданы 3-ке тең болатын квадраттың қабырғасын табуда.
5. Сан түзуінің әрбір нүктесіне сәйкес келетін рационал санды табуда.

Иррационал санды орта мектепте енгізудің мынадай тәсілдері бар:

1) Иррационал санды периодсыз шектеусіз ондық бөлшек түрінде енгізу (Вейерштрасс бойынша);

2) Иррационал санды Дедекинд қимасы арқылы енгізу;

3) Кантор аксиомасы бойынша енгізу;

4) «Квадраты екіге тең болатын рационал сан болмайды» теоремасын қарастыру арқылы.

Мектеп оқулықтырында иррационал сан ұғымын енгізу үшін көбінесе осы соңғы тәсіл басшылыққа алынып жатады.

Теорема. Бүкіл рационал сандардың ішінде квадраты екіге тең болатын рационал сан болмайды.

Дәлелдеу. «Рационал сандардың ішінде квадраты екіге тең рационал сан бар» деп қарсы ұйғарайық және ол сан $\frac{p}{q}$ болсын, мұнда *p* мен *q* – ортақ бөлгіші болмайтын бүтін сандар, басқаша айтқанда, $\frac{p}{q}$– қысқартылмайтын бөлшек, яғни $(p,q)=1$. Біздің ұйғаруымыз бойынша, $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$ немесе бұдан $p^2=2q^2$,

Демек, p^2 - жұп сан. Олай болса, *p*-нің өзі де жұп сан. Сондықтан, оны былай жазамыз: $p=2m$ (*m*-натурал сан). Ендеше, $4m^2=2q^2$, $q^2=2m^2$.

Бұдан q^2 саны және *q*-дің өзі де жұп сан деген қорытындыға келеміз.

p,q - жұп сандар болатын болса, онда $\frac{p}{q}$ – қысқартылатын бөлшек болып шықты, басқаша айтқанда, *p* мен *q* –дің ортақ бөлгіші бар деген сөз. Ал бұл біздің бастапқыда *p* мен *q*-дің ортақ бөлгіші жоқ деп өзіміз жасаған ұйғарымға қайшы. Міне, осы қайшылық теореманың дұрыстығын дәлелдейді.

Бұл теоремаға геометриялық мағына беруге болады: егер қабырғасының ұзындығы бірге тең квадратты салатын болсақ, оның диагоналының ұзындығын өрнектейтін сан рационал сан болмайды. Сонымен $\sqrt{2}$ таңбамен өрнектелетін сан рационал сан емес. Бұл арадан рационал сандар өрісін кеңейту мәселесінің қажеттілігі өзінен-өзі келіп шығады.

Иррационал сандарды Кантор аксиомасы бойынша енгізу.

Сан түзуінің бойынан бір-бірімен қабысып жатқан, ұштары рационал сандар болатын кесінділер $[a_1,b_1],[a_2,b_2],\dots,[a_n,b_n],\dots$ алынса және нөмірлері *n* ылғи өсіп отырып, шексіздікке ұмтылғанда кесінділердің ұзындықтары b_n-a_n нөлге ұмтылса, онда *n* қандай сан болса да, кесінділердің бәріне бірдей ортақ жатқан тек бір *E* нүктесі табылады, яғни $a_n \le E \le b_n$.

Міне осы *E* нүктесін нақты сан деп атайды. *E* рационал не иррационал сан болуы мүмкін.

Иррационал санды шексіз периодсыз ондық бөлшек түрінде енгізу (Вейерштрасс бойынша).

Иррационал сан деп қандай санды айтады? Бұл сұраққа жауап беру үшін мына $\sqrt{2}$ символымен өрнектелетін санды қарастырайық.

Әрбір рационал сан шектелген немесе шектеусіз периодты ондық бөлшек түрінде жазылады. Ал $\sqrt{2}$ саны ондай бөлшекпен жазылмайды. Бұл санға жақын келетін рационал сандар бар, мәселен

$1^2 = 1 < 2 < 2^2 = 4;$

$(1,4)^2 =1,96 < 2 < (1,5)^2 = 2,25;$

$(1,41)^2 = 1,9881 < 2 < (1,42)^2 = 2,0264;$

$(1,414)^2 = 1,999396 < 2 < (1,415)^2 = 2,002225;$

$(1,4142)^2 = 1,9999164 < 2 < (1,4143)^2 = 2,00024449;$

…………………………………………………………………..

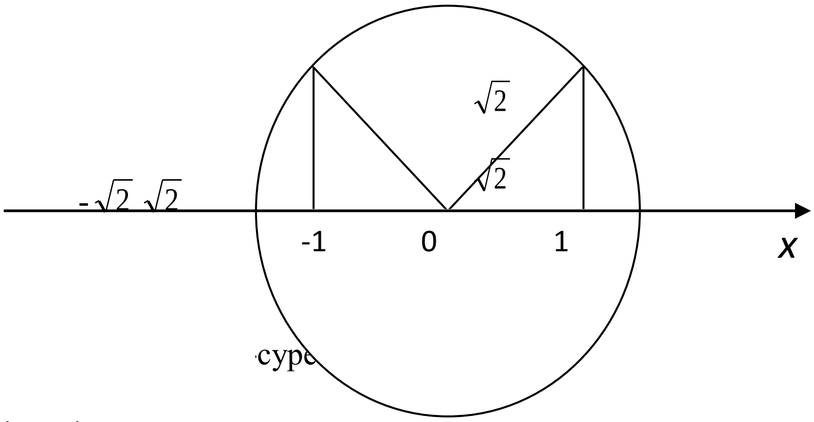
міне, осы процесті әрі қарай шектеусіз жалғастыра беруге болады.

Байқасақ, $\sqrt{2}$ санға жуық келетін рационал сандар периодсыз шектеусіз ондық бөлшектер екен. Бұл жөнінде мынадай пікірді айтуға болады: түзу бойындағы рационал санға сәйкес келмейтін M нүктесі мына түрдегі a_0 , a_1 $a_2 \ldots a_{n}, \ldots$ периодсыз ондық бөлшектің геометриялық кескіні болып табылады.

Анықтама. Периодсыз шектеусіз ондық бөлшектер түрінде жазуға болатын сандарды иррационал сандар деп атайды. Мысалы, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$ - иррационал сандар.

Иррационал сандарды $\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3}, \ldots$ геометриялық түрде кескіндеу үшін сан түзуі мен Пифагор теоремасы қолданылады.

Мысалы, $\pm\sqrt{2}$ саны сан түзуінде геометриялық түрде былайша кескінделеді (3-сурет):



Сан түзуіндегі ра сан мен иррационал санның орналасуы туралы мына мысалды қарастырған пайдалы: Айталық сан түзуіндегі әрбір рационал сан көк лампамен, ал әрбір иррационал сан - қызыл лампамен кескінделетін болсын. Көк лампаны жақсақ онда координата өсінің кейбір нүктелері «көк түске» боялады. Егер тек қызыл лампаларды жағатын болсақ, онда сан түзуі «қызыл түске» боялады. Барлық лампаларды (көкті де, қызылды да) жағатын болсақ, онда сан түзуі – «қызыл түске» боялады. Бұл тәжірибе нені көрсетеді? Осыған ұқсас салыстыруды кезінде мысалға Н.Н.Лузин келтірген болатын.

Рационал сандар жиынында сандар қаншама тығыз орналасқанымен арасында “саңылау” кездеседі, осы “саңылауды” бітеу керек болады, ол үшін иррационал сан ұғымы енгізіліп, рационал сандар жиынындағы “саңылаулар” бітеледі.

Нақты сандарға арифметикалық амалдар қолдану әдістемесін қарастырайық.

Көпшілік оқулықтарда иррационал сандар шексіз периодсыз ондық бөлшек түрінде (Вейерштрасс бойынша) анықталады.

Шексіз периодсыз ондық бөлшек түріндегі сандардың негізінде нақты сандар ұғымы 6 сынып оқушылары үшін де түсінікті болып табылады. Нақты сандарды оқытуды ертерек бастау оқушылардың сандар туралы жүйелі білімнің қалыптасуын тездетеді, практикалық есептеу жұмыстарын жүргізуді толығырақ қамтамасыз етеді, функцияның кейбір мәселелерін қатаң түрде баяндауға мүмкіндік береді және т.с.с.

Алайда мынадай сұрақтар туындайды: «шексіз периодсыз ондық бөлшектерге амалдарды қалай жүргізуге болады?», «шексіз периодсыз ондық бөлшектерді шекті периодты ондық бөлшектер сияқты қосуға, алуға, көбейтуге және бөлуге бола ма?» Бұлай етуге болмайтындығын түсіну оңай. Шекті бөлшектерді қосқанда олардың шекті екендігі ескеріледі. Сондықтан да оларға қосу амалын соңынан бастап орындайды: алдымен ең кіші разрядының бірлік үлестері қосылады, одан кейін оған қарағанда үлкен разрядтарының бірліктері қосылады және т.с.с.

Қосу амалын кері тәртіппен орындауға болмайды, өйткені ондық санау жүйесіндегі бір разрядтың он бірлігі келесі разрядтың бір бірлігін құрайды.

Мынадай оқу проблемасы туындайды: екі шексіз периодсыз ондық бөлшектердің қосындысы деп нені айтады? Шексіз периодсыз ондық бөлшектерге қолданылатын арифметикалық амалдардың мағынасын түсіндіру оңай емес. Олардың геометриялық мағынасын түсіндіру жеңіл. ұзындықтары $\sqrt{2}$ және $\sqrt{3}$ болатын екі кесіндіні (сәйкес тік бұрышты үшбұрыштардың гипотенузалары ретінде) біртіндеп бір түзудің бойына салуға болады. Нәтижеде ұзындығы $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ болатын жаңа кесінді пайда болады. Қабырғалары $\sqrt{2}$ және $\sqrt{3}$ болатын тіктөртбұрышты салуға болады. Бұл тіктөртбұрыштың ауданы $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$-ке тең. Бұл талқылаулардың әдістемелік мақсаты қандай?

Оларды мүмкіндігінше нақтылай түсейік.

Белгілі 2 және 3 сандарын алып, оларды мынадай жаңа ереже бойынша қосайық:

Бұл сандарды шексіз периодсыз ондық бөлшек түрінде өрнектейік: 2=2,00000…. 3=3,0000… берілген сандардың артығымен және кемімен алынған жуықтауларын қарастырайық:

Санның жуық мәні		Санның жуық мәні	
2=2,0000…		3=3,0000…	
2	3	3	4
2,0	2,1	3,0	3,1
2,00	2,01	3,00	3,01
2,000	2,001	3,000	3,001
2,0000	2,0001	3,0000	3,0001
2,00000	2,00001	3,00000	3,00001
2,000000	2,000001	3,000000	3,000001
2,0000000	2,0000001	3,0000000	3,0000001
…	…	…	…

Сонда 2+3 қосындысының мынадай тамаша қасиетке ие болатындығын аңғару оңай:

$$5 \le 2+3 < 7,$$
$$5{,}0 \le 2+3 < 5{,}2,$$
$$5{,}00 \le 2+3 < 5{,}02,$$
$$5{,}000 \le 2+3 < 5{,}002,$$
$$5{,}0000 \le 2+3 < 5{,}0002,$$
$$5{,}00000 \le 2+3 < 5{,}00002$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

Бұл теңсіздіктерден 2+3 қосындысының бүтін бөлігі 5-ке тең, ал әрбір үтірден кейінгі ондық таңбасы - 0-ге тең. Қосудың осындай әдісін кез келген екі периодсыз ондық бөлшектерді қосу үшін қолдануға болады. Екі нақты сандарды көбейту амалы да осы сияқты орындалады. Азайту мен бөлу амалдары сәйкесінше қосу және көбейту амалдарына кері амал ретінде орындалады.

Нақты сандарға арифметикалық амалдар қолдану нақты санның кемімен және артығымен алынған ондық жуықтаулары арқылы былайша жүргізіледі: $x = a_0, a_1 a_2 .. a_n ...$ саны үшін $x_n = a_0, a_1 a_2 ... a_n$ санын 10^{-n}-не дейінгі дәлдікпен (немесе n таңбаға дейінгі дәлдікпен) кемімен алынған ондық жуықтау деп, ал $x_n' = x_n + 10^{-n}$ санын 10^{-n}-не дейінгі дәлдікпен артығымен алынған ондық жуықтау деп атайды.

Нақты сандарды салыстыру ережелерінен $x_n \le x < x_n'$ болатыны шығады.

Ондық жуықтаулардың көмегімен нақты сандарды қосу және көбейту операциялары анықталады. Бұл анықтамалар мынадай ой-пікірден туындайды.

Егер x пен y - рационал сандар болса, онда $x+y$ қосындысы анықталған, мұнда кез келген n үшін $x_n + y_n \leq x + y < x'_n + y'_n$ теңсіздігі орындалған болады. Қосындының бұл қасиеті кез келген иррационал сан үшін сақталуы тиіс. Математикалық анализ курсында нақты сандарды кез келген x және y жұбы үшін, $n \in N$ болғанда, $x_n + y_n \leq z < x'_n + y'_n$ теңсіздігі орындалатындай бір ғана z саны бар болатындығы дәлелденеді. Бұл z санын x пен y сандарының қосындысы деп атайды ($x+y$ деп белгілейді).

Теріс емес нақты сандардың көбейтіндісі соған ұқсас анықталады. Теріс емес нақты сандардың кез келген жұбы x және y үшін $x_n y_n \leq z < x'_n y'_n$ теңсіздігі орындалатындай бір ғана z саны бар болатынын дәлелдеуге болады. Бұл z санын x пен y сандарының көбейтіндісі деп атайды да, xy арқылы белгілейді. Таңбалары әртүрлі нақты сандар үшін, теріс емес $|x|$ және $|y|$ сандарының көбейтіндісі анықталғандығы пайдаланып, $xy = -|x| \cdot |y|$ деп ұйғарады: басқа жағдайларда $xy = |x| \cdot |y|$.

Азайту қосу амалына кері амал, ал бөлу - көбейту амалына кері амал ретінде анықталады.