3-лекция

Математикалық өрнектерді түрлендіру.

1.Орта мектепте теңбе-тең түрлендіруді оқыту

2.Теңбе-теңдік және теңбе-тең түрлендіру ұғымын енгізу.

3. Математикалық өрнек .Рационал, иррационал өрнектер.

4.Өрнектің мүмкін мәндер облысы.Теңбе-теңдік. Тебе-тең түрлендіру.

5.Бөлшек рационал өрнектерді теңбе-тең түрлендіру

6. Иррационал өрнектерді теңбе-тең түрлендіру кезінде мектеп оқушыларының жіберетін қателер.

7. Теңбе-теңдіктерді дәлелдеу.

Әдебиеттер:

1. Рахымбек Д. **А**рифметика, алгебра, анализ бастамаларын оқыту әдістемесі. /Оқулық/ - Шымкент: М. Әуезов атындағы ОҚМУ баспа орталығы 2016. – 432 б

2. Рахымбек Д. **Мектепте сандық жүйені оқыту әдістемесі:** Оқу құралы. /Д. Рахымбек. – Шымкент: ОҚМПУ, 2020. - 98 бет.

3. Елубаев С. Математиканы оқыту әдістемесі. – Алматы; Эверо, 2016

4. Мектеп оқулықтары

5. Мұғалімге арналған оқу-әдістемелік құралдар

1.Орта мектепте теңбе-тең түрлендіруді оқыту

Мектептегі математика курсында теңбе-тең түрлендірудің алатын орны ерекше. Теңдеулер мен теңсіздіктерді шешкенде, функцияны зерттегенде, формуланы қорытқанда, теореманы дәлелдегенде және басқа да көптеген жағдайларда теңбе-тең түрлендіру орындалады. Айта кететін бір жайт, теңбе-тең түрлендіру, бірінші сыныптан бастап үзбей оқытылатын мектеп математика курсының мазмұнды-әдістемелік желілерінің бірі.

Әдетте, әрбір математикалық есепті аналитикалық тәсілмен шығару қандай да бір теңбе-тең түрлендіруді орындауды қажет етеді. Теңбе-тең түрлендірулер алгебра мен математикалық анализ курсы бастамаларының өн бойында оқытылады.

Математикалық өрнектерді теңбе-тең түрлендіру мәдениетін қалыптастыру орта мектептегі ең өзекті мәселелердің бірі. Оқушы математикалық өрнектерді дұрыс түрлендірулер жүргізу нәтижесінде

аналитикалық өрнекті қарапайым өрнекке келтіру,

теңбе-теңдікті түрлендірулер тізбегіндегі өрнектің анықталу облысының өзгеруіне бақылау жасау,

түрлендіруді жылдам және қатесіз орындау т.б. біліктіліктерді меңгереді.

Оқушылардың теңбе-тең түрлендіруді орындай алу мәдениеті математикалық объектілерге (сандарға, бірмүшеліктерге, көпмүшеліктерге, векторларға және т.с.с.) амалдар қолданудың қасиеттері және оларды орындау алгоритмі туралы білімдер негізінде дамиды. Теңбе-тең түрлендірулер жасай білмей математикада қадам жасау мүмкін емес.

Алгебра курсында **теңбе-тең түрлендіру** деп бір аналитикалық өрнекті онымен тең, формасы жағынан өзгеше басқа өрнекпен алмастыру түсініледі.

Математикалық өрнектерді теңбе-тең түрлендірудің негізгі ұғымы **«өрнек», «теңбе-теңдік»**.

Теңбе-теңдік және теңбе-тең түрлендіру ұғымы негізінен мектеп математика курсының 6-сыныбынан бастап енгізіледі. Бірақ сандық өрнектерді қарапайым түрлендірумен оқушылар бастауыш сыныптан бастап таныс. Бірінші сыныптың өзінде 5 және 2 сандарының қосындысын айқын немесе айқын емес түрде теңбе-тең түрлендіру жолымен былай табады:

$$5+2=5+(1+1)=(5+1)+1=6+1=7$$

Бастауыш сынып математикасында арифметикалық амалдарды орындау барлық жағдайда сандық түрлендірулер жасауды қажет етеді. Арифметикалық амалдардың қасиеттері әріптік теңбе-теңдік түрінде жазылады. Олар мынандай теңбе-теңдіктер:

$$a+в = в+a; \; ав=ва; \; (a+в)с = ас+св.$$

Бұл келтірілген арифметикалық амалдардың заңдары бастауышта теңбе-теңдік деп аталмайды, бірақ олар сандық өрнектердің мәнін есептеу үшін кең түрде қолданылады. Оқушылар мұғалімнің көмегімен оларды саналы түрде қабылдап және өздігінен қолдана алуы тиіс.

6-сыныпта теңбе-теңдік ұғымы былай түсіндіріледі: егер өрнекке енетін әріптердің әрбір сәйкес мәнінде теңдіктің оң және сол жақ бөліктері тең болса, онда әріптік өрнектер теңбе-теңдік деп аталады,. Теңбе-тең түрлендіру жасағанда арифметикалық амалдарды орындап және олардың қасиеттерін қолданып жаңа өрнек аламыз, алынған жаңа өрнек бастапқы өрнекке теңбе-тең болады.

Мысалы: $a(b+8) = ab + 8a$, $\frac{8x+6}{2} = 4x+3$.

Мұғалім өз қалауынша теңбе-теңдік ұғымын басқаша да түсіндіруі мүмкін.

Мысалы, алдымен екі өрнектің теңдігі ұғымын анықтасақ: «егер екі өрнектің сәйкес мәндері тең болса, олар өзара тең өрнектер деп аталады».

Одан кейін **теңдік арқылы** теңбе-теңдік ұғымының анықтамасын тұжырымдауға болады. «Теңдіктің сол жақ және оң жақ бөліктері өзара тең болса, онда ол теңбе-теңдік деп аталады». Енді ең бастысы **теңбе-тең түрлендіруге** анықтама берейік: *«Өрнекті оған теңбе-тең басқа өрнекпен ауыстыру* ***теңбе-тең түрлендіру*** *деп аталады».*

Жоғары сыныптарда теңбе-теңдік және теңбе-тең түрлендіру ұғымдарына басқаша анықтама беріледі: ***Теңбе-теңдік*** *деп оған енетін әріптердің барлық мүмкін мәндерінде дұрыс болатын теңдікті айтады. Әріптердің мүмкін мәндер жиынында бір өрнекті оған теңбе-тең өрнекпен ауыстыру* ***теңбе-тең түрлендіру*** *деп аталады.*

Бұл келтірілген анықтамаларды оқушылар терең меңгеруі қажет. Оқушылар теңбе-тең түрлендіргенде теңдікке енетін әріптердің мүмкін мәндер жиынын ескеріп отыруы талап етіледі. Әріптердің мүмкін мәндерін мына мысал арқылы оңай түсіндіруге болады:

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

Бұл теңдіктің оң және сол жақ бөліктері бірдей болғанымен теңбе-теңдік бола алмайды. Бұл теңдіктегі *«в»* әріптерінің қабылдайтын мүмкін мәндер жиыны *в*-ның нөлден өзгеше барлық мәндері болады, себебі санды нөлге бөлуге болмайды.

Әртүрлі математикалық ұғымдар мен оларға әртүрлі амалдар қолдануға байланысты әріптердің мүмкін мәндер ұғымы біртіндеп сыныптан сыныпқа өткен сайын кеңейе түседі.

Дербес жағдайда арифметикалық түбір ұғымын оқып-үйренгеннен кейін мынадай теңбе-теңдік қарастырылады $\sqrt{x^2} = |x|$, бұны оқушылар қиындықпен түсінеді.

Арифметикалық түбір ұғымы, түбірге амалдар қолдану оқушы үшін қиын материал, оны оқушылар көптеген жаттығуларды орындау барысында ғана түсінеді

Екі өрнектің теңбе-теңдігін дәлелдегенде, өрнекті теңбе-тең түрлендірудің анықтамасының өзі практикада қолданылмайтындығын оқушы санасына жеткізудің маңызы ерекше. Біз жоғарыда екі өрнек теңбе-тең болады, егер де олардың сәйкес мәндері тең болса деп айттық. Мұндағы сәйкес мәндердің саны шексіз көп. Сондықтан екі өрнектің теңбе-тең екендігін шексіз көп рет тексеріп шығу мүмкін емес. Осы фактіні оқушылар ой елегінен өткізіп алуы қажет.

Барлық математикалық оқулықтарда теңбе-теңдікті дәлелдеуге жаттығулар беріледі. Ал теңдіктің теңбе-теңдік еместігін дәлелдеуге жаттығу берілмейді.

Осындай жаттығуларды орындау кезінде теңбе-тең өрнектің анықтамасын тиімді қолдануға болар еді. Теңдіктің теңбе-тең еместігін дәлелдеу үшін берілген екі өрнекке енген әріптердің мүмкін мәндер жиынының ең болмағанда бір мәнінде тең еместігін көрсету жеткілікті.

Кей кездері қандай түрлендірулер жүргізсек те теңбе-теңдік дәлелденбеуі мүмкін. Осындай жағдайда бізге ой келуі керек: ***Теңдік теңбе-теңдік болмауы мүмкін***. Берілген теңдік теңбе-теңдік еместігін көрсету керек. Ол үшін әріптердің сәйкес мүмкін мәндерінің ішінен теңдіктің оң және сол жақ бөліктері тең болмайтындарын таңдап аламыз. Бұл факт берілген теңдіктің теңбе-тең еместігінің дәлелі.

Мысалы

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$$

теңдігінің теңбе-теңдік емес екендігін көрсету керек.

Анықталу облысы белгілі: α,β кез келген сан (бұрыш). Бұл теңдікті $\alpha=0$ және $\beta=0$, $\alpha=0$ және $\beta=45^0$; $\beta=0$ және $\alpha=45^0$ мәндер жұбы берілген теңдікті қанағаттандырады. Ал, мына жұптар $\alpha=45^0$ және $\beta=45^0$ бұл теңдікті қанағаттандырмайды

($1\neq\sqrt{2}$), яғни берілген теңдік теңбе-теңдік емес.

Өрнектерді теңбе-тең түрлендірудің мағынасы, сол өрнекке енген амалдардың анықтамасы мен қасиеттерін дұрыс қолдану екендігін оқушы түсінуі керек. Көптеген оқушылар теңбе-тең түрлендірудің мағынасын түсіне бермейді. Олар кез келген теңбе-тең түрлендіру кезінде алынған жаңа өрнек пен бастапқы өрнек, айнымалының барлық мүмкін мәндер жиынында бірдей мән қабылдайтындығын түсінбейді. Оқушының біліміндегі бұл кемшілік математикалық ұғымдар мен олардың қасиеттерін дұрыс түсініп, олардың символдық жазбаларын ұғына алмағандықтан болады. Мысалы, логарифмдік өрнекті түрлендіргендегі қателіктер, логарифмнің анықтамасы $a^{\log_a b}=b$ мен қасиеттерін түсінбегендіктен орын алады.

Мысал. Теңбе-теңдікті дәлелдеу керек

$$a^{\log^2_a b}=b^{\log_a b}$$

Дәлелдеу үшін теңдіктің сол жақ бөлігін аламыз да, оң жақ бөлігін алғанша теңбе-тең түрлендіреміз. Берілген теңдік мына жағдайларда теңбе–тең $b>0,\ b\neq 1$ және $a>0,\ a\neq 1$

$$a^{\log^2_a b}=\left(a^{\log_a b}\right)^{\log_a b}=b^{\log_a b}$$

Бұл жерде біз дәрежені дәрежелеудің қасиеті мен логаримнің анықтамасын қолдандық.

Сонымен қатар, оқушылар теңбе-тең түрлендірудің түрлері мысалы, жақшаны ашу, жақшаға алу, ұқсас мүшелерді біріктіру, бөлшектерді қысқарту, бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру т.б. сәйкес амалдардың анықтамасы мен қасиеттерінің салдары екенін түсіну керек.

2. Теңбе-теңдік және теңбе-тең түрлендіру ұғымын енгізу.

Жаңа бағдарламаға сәйкес оқушылар теңбе-теңдік ұғымымен алғаш рет 5-сыныпта танысады.

Алдымен әріпті өрнек ұғымы айтылғаннан кейін, әріпті өрнектерді жазуда төмендегідей ережелер мен шарттарды ескеру қажеттігі айтылады:

1. Егер екі көбейткіштің біреуі сан болса, ол коэффициент деп аталып, ол әріп көбейткіштің алдына жазылады. Коэффициент пен әріп көбейткіштің арасына көбейту (·) таңбасын қоймауға да болады. Мысалы, $7x;\ 3y;\ \frac{1}{2}x;\ 0{,}7y$.

2. Әріпті өрнектегі әріп көбейткіштерінің арасына көбейту таңбасы қойылмайды. Мысалы, *mn; 0,3xy;* $\frac{1}{4}abc$.

3. Құрамында әріптері бар бөлінді, бөлшек түрінде жазылады. Мысалы, $\frac{x}{y}$; $\frac{3}{mn}$; $\frac{ab}{c}$; $\frac{4a}{b+c}$.

4. Әріпті өрнектегі амалдардың орындалуы кезінде жақшаның алатын орны ерекше. Мысалы, $9-(a+b)$ өрнегі мен $9-a+b$ өрнегі бірдей емес.

Өрнек бөлшекпен берілген жағдайда, санды нөлге бөлуге болмайтындықтан, өрнектің мағынасы болуы үшін бөлшектің бөлімі нөлге тең болмауы шарт. Осы шарттың орындалуынан келіп, әріпті өрнектегі әріптердің сан мәндері ұғымы қалыптасады. Өрнектегі әріптердің сан мәндері өзгеріп отыратындықтан, ондағы әріпті айнымалы деп, әрпі бар өрнекті айнымалысы бар өрнек деп атайды. Мысалы. $\frac{7}{x}$, өрнегіндегі x-тің қабылдайтын мәндері 0 санынан басқа барлық сандар; $\frac{2}{a-3}$ өрнегі a үшін $a=3$ санынан басқа барлық сандарды қабылдайды.

6-сыныпта теңбе-тең өрнек, теңбе-теңдік және өрнектерді теңбе-тең түрлендіру ұғымдары енгізіледі. Осы ұғымдардың нақтылы-индуктивтік тәсілге негізделген енгізу әдістемесін қарастырайық.

1. Теңбе-тең өрнектерді енгізу мына сияқты тапсырманы қарастырудан басталады: $2x+3x^2$ және $5x^3$ өрнектерінің мәндерін x-тің қандай да бір мәндерінде салыстырыңдар? Тапсырманы орындау үшін мынадай кесте толтырылады:

X	$2x+3x^2$	$5x^3$
-0,4	-0,32	-0,32
-0,1	-0,17	-0,005
0	0	0
0,1	0,23	0,005
1	5	5
2	16	40

$2x+3x^2$ және $5x^3$ өрнектерінің мәндері x-тің кейбір мәндерінде бірдей екендігін, ал басқа мәндерінде әр түрлі екенін байқауға болады.

1. Осылайша $7x^3-x$ және $6x^2$ өрнектерінің $x=0;\ 1;\ -\frac{1}{7};\ -1$-ге тең болғандығы мәндерінің кестесі толтырылады:

X	$7x^3-x$	$6x^2$
0	0	0
1	6	6
$-\frac{1}{7}$	$\frac{6}{49}$	$\frac{6}{49}$
-1	-6	6

Осы кестеге сүйене отырып жоғарыдағыдай қорытынды жасалды: $7x^3-x$ және $6x^2$ өрнектерінің мәндері x-тің барлық мәндерінде тең емес.

3. $5(y+3)$ және $5y+15$ өрнектерін қарастырайық.

Айталық $y=0;\ 1;\ -5;\ 4\frac{1}{5}$ болсын. Тікелей есептеу арқылы y-тің көрсетілген мәндерінде берілген екіөрнек өзара тең екендігіне көз жеткізуге болады. Бұлар y-тің басқа мәндерінде тең бола ма? Осы сұраққа есептеу жұмыстарын жүргізбей-ақ жауап беруге болады. Кез келген рационал сандар үшін көбейтудің үлестірімділік заңы орындалатыны белгілі, сондықтан $5(y+3)$ және $5y+15$ өрнектерінің сәйкес мәндері тең болады. Мұндай өрнектер **теңбе-тең өрнектер** деп аталады.

4. Теңбе-тең өрнектер ұғымының анықтамасы беріледі: «Егер айнымалының кез келген мәндерінде екі өрнектің мәндері тең болатын болса, онда бұл өрнектерді теңбе-тең өрнектер деп атайды».

5. Жоғарыдағы тұжырымдалған анықтаманы бекіту үшін жаттығулар орындалады: 1) $p+25$ және $25+p$ өрнектерінің барлық сәйкес мәндері неліктен тең болады? 2) бір (екі, үш) айнымалысы бар екі теңбе-тең өрнектерді жазыңдар; 3) $c(c-3)$ және c^2-3 өрнектерінің теңбе-тең емес екендігін дәлелдеңдер.

6. Теңбе-тең түрлендіру ұғымының анықтамасы беріледі.

Бір аналитикалық өрнекті онымен теңбе-тең, бірақ формасы жағынан бсқаша өрнекпен алмастыру **теңбе-тең түрлендіру** деп аталады.

Өрнекті онымен теңбе-тең, берілгеніне қарағанда қарапайым өрнекпен алмастыру **өрнекті ықшамдау** делінеді. Ықшамдағанға дейінгі өрнек ықшамдағаннан кейінгі өрнекпен теңбе-тең өрнек болды.

I. $(4x+5)-3x+2=(4x-3x)+5+2=x+7$. Сонда $(4x+5)-3x+2$ өрнегі мен $x+7$ өрнегі теңбе-тең өрнектер себебі, мысалы, егер $x=1,3$ болса, $(4x+5)-3x+2=(4\cdot1,3+5)-3\cdot1,3+2=(5,2+5)-3,9+2=8,3$ және $x+7=1,3+7=8,3$.

II. $5,2x\cdot2\cdot3=(5,2\cdot2\cdot3)x=31,2x$. Көбейту амалының ауыстырымдылық, терімділік қасиетін пайдаланып ықшамдалды.

III. Көбейту амалының үлестірмелік қасиетін пайдаланып ықшамдауға мысал келтірейік.

$$\frac{5}{8}\cdot\left(\frac{1}{5}x-8\right)=\frac{1}{8}x-5$$

IV. Қосындыны бөліміндегі санға бөлуді пайдаланып ықшамдау.

$$\frac{9x+5}{3}=\frac{9x}{3}+\frac{5}{3}=3x+1\frac{2}{3}.$$

V. Әріп өрнегі бар бөлшекті қысқарту арқылы ықшамдау.

$$\frac{8ab}{4a}=2b,\quad \frac{5xy}{2y}=2,5x.$$

Келесі сабақта әріпті өрнектердегі жақшаны ашып, ортақ көбейткішті жақша сыртына шығарып, жақшаға алып түрлендіру қарастырылады. Бұл жерде оқушылар мына мәселелерді білуі тиіс:

1. Жақшаны ашып әріпті өрнектерді түрлендіруде:

а) Егер жақшаның алдында «+» таңбасы болса, онда жақшаны ашқанда жақша ішіндегі өрнектер өз таңбасымен жазылады.

Мысал.

$4a+(2+6a-5b)=4a+2+6a-5b=10a+2-5b$.

ә) егер жақшаның алдында «-» таңбасы болса, онда жақшаны ашқанда жақша ішіндегі өрнектердің таңбалары қарама-қарсы таңбаға өзгертіледі.

Мысал.

$3a-(4b-a+9)=3a-4b+a-9=4a-4b-9$.

2. Әріпті өрнектердің құрамында ортақ көбейткіштер болса, ортақ көбейткіш жақша сыртына шығарылады:

Мысал.

$3ab-6ac=3a(b-2c)$.

а) жақша алдына «+» таңбасы бар ортақ көбейткіш шығарылса, жақша ішіндегі өрнектер өз таңбасымен қалады.

ә) ортақ көбейткіш «-» таңбасымен шығарылса, жақша ішіндегі өрнектердің таңбасы қарама-қарсы таңбаға аустырылады.

Мысалдар.

5+3a-7b-4c=5+(3a-7b-4c);   6a+7b-49c=6a+7(b-7c);

5+3a-7b-4c=5-(-3a+7b+4c); x-2xy+3x=-x(-1+2y-3).

7.Теңбе теңдіктерді дәлелдеу

A=B теңбе-теңдігін мынадай тәсілдермен дәлелдеуге болады:

1) A өрнегін түрлендіріп, B өрнегіне келтіру;

2) B өрнегін түрлендіріп, A өрнегін алу;

3) A және B өрнектерінің екеуін де бірдей өрнекке келтіргенше түрлендіреді;

4) A–B=0 тең екендігін дәлелдеу.

5) $\frac{A}{B}=1$ ***болатынын көрсету.***

Сандық теңбе-теңдікке мысал. Теңдікті дәлелдеу керек.

$$75^{20}=45^{10}\cdot 5^{30}$$

1-әдіс. Теңдіктің оң жақ бөлігін алып сол жақ бөлігі шыққанша түрлендіреміз:

$$45^{10}\cdot 5^{30}=(5\cdot 9)^{10}\cdot 5^{30}=5^{10}\cdot 9^{10}\cdot 5^{30}=5^{10}\cdot 5^{10}\cdot 5^{20}\cdot 9^{10}=25^{10}\cdot\left(5^{2}\right)^{10}\cdot 9^{10}=$$

$$=25^{10}\cdot 25^{10}\cdot\left((3)^{2}\right)^{10}=25^{20}\cdot 3^{20}=75^{20}.$$

2-әдіс. Сол жақ бөлігін алып оң жақ бөлігін алғанша түрлендіреміз

$$75^{20}=(3\cdot 25)^{20}=3^{20}\cdot 25^{20}=3^{20}\cdot(5\cdot 5)^{20}=3^{20}\cdot 5^{20}\cdot 5^{20}=9^{10}\cdot 5^{10}\cdot 5^{30}=45^{10}\cdot 5^{30}$$

және т.с.с. басқа әдістермен де дәлелдеуге болады.

Кей кезде теңбе-тең түрлендіру үшін сандарды соған тең өрнекпен алмастырған тиімді. Мысалы, 1 санын мынадай өрнекпен алмастыруға болады:

$$1=\sin^{2}\frac{\alpha}{2}+\cos^{2}\frac{\alpha}{2}=\left(2^{x}\right)^{0}=3^{0}=\log_{5}5=\log_{3}3=\frac{1}{5}\cdot 5=\sin^{2}100+\cos^{2}100=$$

$$=\sin^{2}45^{0}+\cos^{2}45^{0}=5-4=\log_{3}2\cdot\log_{2}3=\frac{3^{x}}{3^{x}}=\sin 90^{0}=\cos 0^{0}$$

және т.с.с.

.

Түбірімен берілген өрнектерді теңбе-тең түрлендіргенде оқушылар жіберген қателікті түзету үшін, «қате қай жерде» жаттығу үлкен рөл атқарады. Бұндай жаттығуларды барлық тақырыптарға байланысты әрбір мұғалімнің өзінің қажетіне қарай құрастырады. Мұндай жаттығулардың білім берерлік мәнін белгілі физиолог - академик Павловтың айтқанындай: «Қатені дұрыс түсіну – жаңалық ашуға жолы сілтейді». Бұл жайында «қате арқылы оқу» деген белгілі афоризм де бар.

Мысалы.

1. *8>4* теңсіздіктің екі жағынан да негізі $\frac{1}{2}$ деп алып логорифмдейтін болсақ, $\log_{\frac{1}{2}}8>\log_{\frac{1}{2}}4$ болады. Енді осы логарифмнің мәндерін табамыз: *-3>-2.* Қате қай жерде? Бұл мысалдағы қатені табу бөлімі бірден кіші, бірақ нөлден артық негіздегі логарифмдік функцияның кемімелік қасиетін саналы түсінуге мүмкіндік береді.

2. $\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{3}-2}=\sqrt[6]{\left(2+\sqrt{3}\right)^3}\cdot\sqrt[6]{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}=\sqrt[6]{\left(2+\sqrt{3}\right)^3\cdot\left(\sqrt{3}-2\right)^2}=$

$=\sqrt[6]{\left(2+\sqrt{3}\right)^2\left(\sqrt{3}-2\right)^2\left(\sqrt{3}-2\right)}=\sqrt[6]{\left(\left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}+2\right)\right)^2\left(2+\sqrt{3}\right)}=$

$$\sqrt[6]{(3-4)^2\left(2+\sqrt{3}\right)}=\sqrt[6]{\sqrt{3}+2}\,.$$

Бұл теңбе-тең түрлендірулер тізбегінің қай жерінде қате жіберілді?

Көңіл қойып қарайтын болсақ, $\sqrt{2+\sqrt{3}}>0$, ал $\sqrt[3]{\sqrt{3}-2}<0$ болғандықтан берілген өрнектің таңбасы теріс. Түрлендірудің соңғы нәтижесі $\sqrt[6]{\sqrt{3}+2}>0$ шықты. Сонда қате қай жерде жіберілген?

Осындай қателерді түзету жаттығуларын орындағаннан кейін математикалық операциялар мен ұғымдар туралы оқушыларда терең ой қалыптасады.

Орта мектеп математика бағдарламасының әрбір тақырыбын оқыған кезде оқушылардың теңбе-тең түрлендіру туралы білімі арта түседі. Жалпы, математика дегеніміз бұл теңбе-тең түрлендіру десек артық айтқандық емес.

Нақтылы жағдайларға байланысты теңбе-тең түрлендірудің мақсаты - қойылған есепті шығару үшін өрнекті ыңғайлы түрге келтіру екендігіне оқушылардың назарын аудару керек.

Мысалы, x^2+y^2-2xy өрнегінің мәнін табу керек

а) $x-y=5$ берілген болсын. Бұл жағдайда өрнекті мынадай етіп теңбе-тең түрлендірген ыңғайлы $x^2+y^2-2xy=\left(x-y\right)^2=5^2=25$.

ә) $x+y=7$ және $xy=10$ берілген болсын. Берілген есепті шығару үшін келесідей түрлендірген ыңғайлы

$$x^2+y^2-2xy=\left(x+y\right)^2-4xy=7^2-4\cdot10=49-40=9\,.$$

Оқушыларды мынадай талапты басшылыққа алуға үйрету қажет: Егер берілген өрнек есепті шығаруға ыңғайлы болмаса, онда есептің шығарылуын оңайлататындай түрлендірулер жасау керек.

Кейде мынадай жағдай да болуы мүмкін: Есептің шешімін табу үшін, берілген өрнекті ықшамдау емес, оны күрделі түрлендіру жасауға тура келеді. Мысалы, $ax^2+bx+c=0$ квадрат теңдеудің шешу формуласын қорытып шығару үшін теңдеудің сол жағындағы квадрат үшмүшеліктің толық квадратын бөліп аламыз

$$a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)=0.$$

Математикада және математиканы қолданатын барлық білім жүйесінде қарастырылып отырған есепті шығару үшін берілген өрнекті ең қарапайым немесе ең ыңғайлы түрге келтіреді. Басқаша айтқанда өрнекті түрлендіру жүзеге асады.