4-лекция

Функция ұғымын енгізудің жалпы әдістемесі. Модульмен берілген функциялардың графигін салу. Көрсеткіштік және логарифмдік функцияларды оқыту

Жоспары:

1. Функция және функционалдық тәуелділік ұғымын мектеп курсын оқытудағы орыны. Мектеп оқулықтарында функция ұғымын оқыту реті. Функция ұғымын енгізудің жалпы сүлбесі.
2. Көрсеткіштік және тлгарифмдік функция, олардың қасиеттері. Көрсеткіштік және логаорифмдік өрнектерді түрлендіру
3. $y = |f(x)|,\ y = f(|x|),\ y = |f(|x|)|$ функцияларының графигі.
4. $y = |f_1(x)| + |f_2(x)| + |f_3(x)| + \ldots + |f_n(x)|$ функциясының графигін салу

Әдебиеттер:

1. Рахымбек Д. **А**рифметика, алгебра, анализ бастамаларын оқыту әдістемесі. /Оқулық/ - Шымкент: М. Әуезов атындағы ОҚМУ баспа орталығы 2016. – 432 б
2. Рахымбек Д. **Мектепте сандық жүйені оқыту әдістемесі:** Оқу құралы. /Д. Рахымбек. – Шымкент: ОҚМПУ, 2020. - 98 бет.
3. Елубаев С. Математиканы оқыту әдістемесі. – Алматы; Эверо, 2016
4. Мектеп оқулықтары
5. Мұғалімге арналған оқу-әдістемелік құралдар

1 Функция және функционалдық тәуелділік ұғымының мектеп курсын оқытудағы орны

Математикадағы басты идеялардың бірі шамалар арасындағы өзара тәуелділік. Бұл функция немесе функционалдық тәуелділік ұғымы арқылы беріледі. Мектеп математикасында функция немесе функционалдық тәуелділік ұғымы негізгі ұғымдардың біріне жатады. Функционалдық тәуелділік бүкіл математиканың негізгі ұғымы. Ендеше, орта мектеп бітірушілердің дайындығы да көп жағдайда осы өте маңызды ұғымды қаншалықты берік игергенімен өлшенеді.

Сонымен бірге функционалдық тәуелділік басқа оқу пәндерінде, түрлі құбылыстар мен үдерістерді зерттеу мақсатында кеңінен пайдаланылады. Әсіресе, функционалдық тәуелділіктің физика курсында маңызы аса зор, өйткені физикада құбылыстар арасындағы байланыстар оқып-үйреніледі.

Әдетте математика «таза түрдегі» ғылым, оның нақты жаратылыстану ғылымдарына зәру емес сяқты көрінеді. Бірақ, математиканы терең меңгерту үшін, кез келген пәнді, соның ішінде мәселен физиканың материалдарын, математикадан кеңінен пайдаланып, байланыстырып отыру аса қажет. Өйткені:

- Математика сабақтарында физикалық материалдарды орынды қолдана отырып математикадан алған білімдерді бекітуге, математикалық ұғымдар мен ережелерді нақтылауға, дамытуға мүмкіндік бар;
- Математикада физикалық құбылыстар мен заңдылықтарды қарастыра отырып, математикалық ұғымдар дерексізден нақтыға көшеді, сөйтіп оқушылардың ұғымдарды меңгеруі оңайлайды, білімді қорытуға мүмкіндік береді;
- Физикалық құбылыстарды зерттеу барысында, ол математиканың алдына жаңа міндеттер қояды, математикалық ойлаудың жаңа жолдарын іздеп-табуға мәжбүр етеді. Мысалы: статистикалық және спектральдық идеялар, өрістік көзқарас т.б.с.с.

Функционалдық тәуелділікті пәнаралық байланыстар негізінде оқытудың кейбір тәсілдері А.Тәжмағанбетов, Ш.Г.Омашев, Ә. Көшеров т.б әдіскер-ғалымдардың еңбектерінде зерттелген.

А.Тәжмағанбетов алгебра сабақтарында функционалдық тәуелділік ұғымдарын пысықтау мақсатымен y=kx және y=k/x түріндегі функция қасиеттерін кинематикалық процестерге қолданған. Функциядағы параметрдің таңбаларына байланысты физикалық құбылыстардың өту ерекшелерін түсіндірген. Сол сияқты, бұл функцияны физикада қолдану барысында, математика түсініктерінен кейбір ерекшеліктерінің болатындығына да тоқталады.

Ш.Г.Омашев функционалдық тәуелділік және оның қасиеттерін графиктік түрлендірулерді мектепте өту кезінде, түрлі практикалық есептер шығарту арқылы меңгерту жолдарын қарастырған. Сонымен бірге, мұнда функцияны оқытуға алдын-ала дайындық жұмыстарды жүргізу жолдары сөз болған.

Ә.Көшеров функционалдық тәуелділік ұғымына негізделіп құрастырылған пәнаралық мазмұнды есептерді шығарту арқылы оқушылардың математика және физикадан алған білімдер сапасының жоғары болатындығын өз зерттеу жұмыстарының нәтижесінде көрсетті.

Жоғарыдағы зерттеулердің нәтижелеріне және мектеп математика мен физика пәндерінің оқу бағдарламаларына сүйеніп, функционалдық тәуелділік және оған байланысты ұғымдар жиынын оқушылардың меңгеруі мына әдістемелік мәселенің дұрыс шешілуіне тікелей байланысты деп айтуға болады.

Функционалдық тәуелділік ұғымын қалыптастыру үшін, оқушыларда оған қажетті ұғымдық база жасау керек. Олар: материалдык өмірдегі құбылыстардың өзара байланысы мен өзара қарым-қатынасы туралы түсінік; айнымалы шамалар туралы түсінік; шамалар арасындағы байланыстың берілу тәсілдері. Бұл ұғымдық база жасалғаннан кейін ғана функция және оған байланысты басқа ұғымдар қарастырылады. Осы орайда, функционалдық **тәуелділікті** оқып-үйренуді үш кезеңге бөлуге болады.

Бірінші кезең – дайындық **кезеңі. Бұл** негізінен бастауыштан басталады да, бесінші сыныптан ұғымдық базаны жасаумен аяқталады. Бұл кезеңде функция ұғымы **берілмейді.**

Екінші кезең - ***7-сыныптан (6-сынып) басталады да,оның мақсаты функция ұғымын қалыптастыру.***

Үшінші ***кезең*** - 9-сыныптан басталады. Оның негізгі мәні функционалдық тәуелділіктің жаңа түрлері мен оларды қолдана отырып нақтылау және дамыту.

Аталған кезеңдерді ойдағыдай жүзеге асыруға, қазіргі мектептерде қолданып жүрген математиканың оқу бағдарламасында толық мүмкіндік бар. Функционалдық тәуелділік ұғымының оқушылар санасында дұрыс қалыптастырып, оны әрі қарай дамытылуы математика мен физика пәндерінің жүйелі байланыстырылып жүргізілуіне тікелей тәуелді болады. Ал, бұл байланыс тиімді болуы үшін, екі пән мұғалімдері мынадай әдістемелік бағытты басшылыққа алулары керек:

- Қарастырылып отырған әрбір функционалдық тәуелділікті үйрену уақытын екі пәнді оқытуда да өзара келісіп отыру;
- Функционалдық тәуелділікті анықтайтын ұғымдарға, анықтамаларға, терминдерге, формулаларға қойылатын талаптарды өзара келісіп алу;
- Әрбір функционалдық тәуелділіктің жеке бір түріне берілген тапсырмалар жиынының мазмұны мен көлемін, қиындық деңгейлерін, берілетін орнын өзара бірігіп анықтау;
- Функционалдық тәуелділікке байланысты ұғымдарды дамытудың сабақтастығын екі пәнде де қамтамасыз ету.

Функционалдық тәуелділікті оқушылардың меңгеруін жетілдіру үшін мынадай жұмыстарды жүйелі жоспарлап өткізуге болады.

1. Математика мен физикада жаңа такырыпты түсіндіру барысында, пәнаралык байланысқа негізделген функционалдық тәуелділікті меңгеруге мүмкіндік беретін қосымша материалдарды жүйелі пайдалану.

2. Белгілі бір такырыпты қарастырғанда алгебра және физика сабақтарын кіріктіріп оқыту. Мұндай жағдайда, екі пән мұғалімі сабақтың жоспарын бірігіп түзеді. Сабақ материалын екі сағатқа бөліп оқытқан тиімді. Кіріктірілген сабақтарды барлық сыныптарда жоспарлап өткізуге болады.

3. Физикалық мазмұнды есептерді жүйелі түрде шығарту арқылы функционалдық тәуелділікті меңгерту. **Мұны екі бағытта: математика сабағында физикалық** мазмұнды есептер шығарту, ал физика сабағында құбылыстар мен заңдарды оқып-үйрену барысында функция қасиеттерін кеңінен қолдану жаттығуларын орындату арқылы жүргізу.

Мектеп оқулықтарында функция ұғымы. Мектеп математикадағы негізгі ұғымның бірі функция болып саналады. Мектеп бағдарламасында бұл мәселеге көп көңіл бөлінген. Оқушылардың бұл ұғымды неғұрлым терең меңгеруі олардың математикалық білімдері деңгейінің көрсеткіші.

5-сынып математикасындағы айнымалысы бар өрнектерді оқып үйрену функцияны оқып үйренуге дайындық болып табылады. Мұнда «функция» термині енгізілмейді, алайда осы ұғымды қалыптастыру жөнінде жыл бойы жүйелі түрде жұмыс жүргізіледі. Функция ұғымының қалыптасуына айнымалы шамалары бар арифметикалық есептерді шығару көмектеседі. 5 сыныптағы функционалдық түсініктерді қалыптастыру жөнінде басталған жұмыс 6-сыныпта функция ұғымын енгізуге мүмкіндік береді, функция ұғымының мазмұны айқындалып, тиісті анықтама беріледі. Функцияның берілу тәсілдері (таблицалық, графиктік, аналитикалық) қарастырылады. $y=kx$ және $y=k/x$ функцияларын оқып–үйренеді. Олардың графиктері салынады.

7-сыныпта $y=ax^2$ пен $y=ax^3$ функцияларының графиктерімен танысады.

8-сыныпта функциялық түсініктер дамытылады. Мысалы, бүтін теріс көрсеткіші бар дәрежелерді оқығанда $y=ax^{-1}$, $y=ax^{-2}$ түріндегі функциялардың графиктері, квадрат түбірлерді оқығанда $y=\sqrt{x}$ функциясының графигі, квадрат теңдеулерді оқығанда квадрат үшмүшеліктердің графиктері қарастырылады.

9-сыныпта оқылатын алгебра курсында функцияларды оқып-үйрену әрі қарай жалғастырылады. Берілген функцияға кері функция ұғымы енгізіледі,

8-сынып геометриясында sinx пен cosx функцияларының қарапайым қасиеттері оқылады. tgx функциясы sinx/cosx қатынасы ретінде енгізіледі. Тригонометриялық функциялар негізінен 10-сыныпта оқылады.

10-11-сыныптарда «Алгебра және анализ бастамалары» курсында функция ұғымын және оның қасиеттерін, түрлерін, берілу тәсілдерін, графиктерін кеңінен қарастырады. Оқушылар жалпы функция ұғымымен, өспелі және кемімелі функциялар, жұп және тақ функция, жалпы түрде берілген функция, функцияның таңба-тұрақтылық қасиеті, функцияның нөлдері, функцияның ең үлкен және ең кіші мәндері және т.б. танысады. Қарапайым түрлендірулерді қолданып, функцияның графиктерін салуды үйренеді.

Функцияның нүктедегі шегі, функцияның нүктедегі және кесіндідегі үзіліссіздігі, олардың қасиеттері, функцияның туындысы ұғымымен танысады, туындыны функцияларды зерттеу кезінде қолдануды үйренеді. Алғашқы функция, анықталмаған және анықталған интеграл, қисық сызықты трапеция, n-ші дәрежелі түбір, рационал көрсеткішті дәреже, логарифм, көрсеткіштік және логарифмдік функциялар ұғымдары және осы ұғымның қасиеттерімен танысады. Иррационал теңдеулерді, көрсеткіштік, логарифмдік теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелерін шешуді, сонымен қатар жазық фигуралардың ауданын интеграл арқылы табуды үйренеді.

Функция ұғымын енгізудің жалпы әдістері. Мектеп курсының функция ұғымының құрамына: сандық функция, функцияның анықталу облысы мен мәндерінің облысы, функцияның берілу тәсілдері, функцияның графигі, функцияның өсуі және кемуі, функцияның жұп-тақтылығы, аргумент пен функцияның өсімшесі, функцияның периодтылығы, кері функция мен күрделі функция ұғымдары жатады.

Функция ұғымын енгізу екі тәсілмен жүргізілуі мүмкін:

I. ***Функция ұғымын нақтылы-индуктивтік тәсілмен енгізу.***

Бұл мынадай сүлбе бойынша жүргізіледі: 1) функцияны үйренуге байланысты лайықты есепті қарастыру; 2) тәжірибелік материалдар негізінде функцияның математикалық анықтамасын тұжырымдау (формуланы хабарлау); 3) функция мәндерінің таблицасын құру және «нүктелер» арқылы функцияның графигін салу; 4) функцияның графигі бойынша оның негізгі қасиеттерін зерттеу; 5) қарастырылған функцияның қасиеттерінің қолданылуына мысалдар мен жаттығулар орындау.

Бұл сүлбенің ерекшелігі функцияны зерттеу көрнекі-геометриялық тәсілге сүйенеді, функцияны аналитикалық тәсілмен зерттеу кем қолданылады. Функцияны көрнекі-геометриялық және аналитикалық тәсілмен зерттеудің арасындағы арақатыс оқу материалын баяндаудың қатаң деңгейін сақтайды. Функцияны оқытудың қатаң деңгейлігі оны аналитикалық тәсілмен зерттеудің ролін біртіндеп күшейту арқылы ғана жүзеге асырылады. Функцияны зерттеуде көрнекі-геометриялық және аналитикалық тәсілдерді үйлестіру функцияны оқыту әдістемесіндегі ең негізгі әдістердің бірі болып табылады. Функция мәндерінің кестесін құрғанда оны есептеу үшін микрокалькуляторды пайдаланған тиімді.

II. ***Функция ұғымын абстрактілі-дедуктивтік тәсілмен енгізу.*** Функцияны аналитикалық тәсілмен зерттеудің ролінің артуына байланысты жоғары сыныптарда функцияны оқытудың сүлбесі былайша өзгереді: 1) функцияның анықтама-сын тұжырымдау; 2) функцияның қасиеттерін аналитикалық тәсілмен зерттеу; 3) аналитикалық зерттеу нәтижесіне сүйеніп функцияның графигін салу; функция графигін дәлірек салу үшін функцияның «мінездемелік» мәндерін табу; 4) функция графигіне салу; 5) үйренген функцияның қасиеттерін практикада қолдануға мысалдар мен жаттығулар орындау, лайықты есеп қарастыру.

Көрнекілік әрқашан қандай да бір математикалық зандылықты әрдайым байқауға мүмкіндік бере бермейді. Мысалы, бір координата жүйесінде $y=x$, $y=x^2$, $y=x+x^2$ функцияларының графиктері салынған. Үшінші функция графигінің алғашқы екі функцияның графиктерінің қосындысынан тұратынын көзбен байқау қиын.

Функция графигінің көрнекілігі «жақсы» жәрдемдесетін кейбір жағдайларға мысалдар келтірейік. Көптеген жағдайда функция графигін көрнекілік ретінде қарастыруға тура келеді:

1) $f(x)=\varphi(x)$ теңдеуінің x_0 түбірі $f(x)$ және $\varphi(x)$ функцияларының графиктерінің қиылысу нүктесінің абсциссасы болып табылады;

2) $f(x)>0$, $f(x)<0$ теңсіздігі мен $f(x)=0$ теңдеуінің шешімдері бірінші жағдайда $f(x)$ функциясы графигінің абсцисса өсінің жоғарғы жағында жатқан аралықтары, екінші жағдайда оның төменгі жағында жатқан аралықтары, ал үшінші жағдайда функция графигінің ox өсімен қиылысу нүктесінің абсциссасы болады.

3) $f(x)>g(x)$ теңсіздігінің шешімдері $f(x)$ функциясының графигінің $g(x)$ функциясы графигінің үстіңгі жағында жатқан бөлігіне сәйкес сандық өстегі аралық болады;

4) функцияның өсуі функция графигі оңға қарай жылжығанда оның жоғары қарай көтерілетінін көрсетеді;

5) жұп функцияның графигі ордината өсіне қарағанда симметриялы, ал тақ функция графигі координаттың бас нүктесіне қарағанда симметриялы болады;

6) өзара кері функциялардың графиктері $y=x$ түзуіне қарағанда симметриялы болады;

7) $g(x)=f(x)+C$ функцияның графигі $f(x)$ функцияның графигін ордината өсі бойымен C бірлікке параллель жылжыту арқылы шығады;

8) $g(x)=kf(x)$ функцияның графигі $f(x)$ функцияның графигін ордината өсі бойынша k есе сығу немесе созу арқылы анықталады. $g(x)=f(x\text{-}c)$ теңдігі $g(x)$ функциясының графигі $f(x)$ функциясының графигін абсцисса өсі бойынша c бірлікке параллель жылжыту арқылы шығады.

Оқушылардың графикалық ойлауын дамытуға мынадай жаттығулар әсер етеді: «Төмендегі жағдайларды бейнелейтін бірнеше суреттер салыңдар: 1) 2 саны *f(x)=g*(x) теңдеуінің түбірі болатын; 2) *f(x)*>0 теңсіздігінің шешімдерін анықтайтын; 3) *f(x)*<0 теңсіздігінің шешімдерін анықтайтын; 4) *f(x), g(x), h(x)* функцияларының $2 \le x \le 5$ кесіндісінде өсетіндігін; 5)функцияның жұптығын көрсететін».

Оқушылардың графикалық ойлауын дамытуға жақсы әсер ететін тәсілдердің бірі екі функцияның графиктерінің өзара орналасуын анықтауға берілген есептер шығару (функцияның ортақ нүктелері бар ма немесе жоқ па, олардың қиылысу нүктелерінің саны қанша, қай аралықта бұл функциялардың біреуінің графиктерінің екіншісіне қарағанда оның жоғарғы (төменгі) жағында жатады т.с.с.). Мұндай тапсырмаларға мысалдар келтірейік: «1) $y=x$ және $y=x^2$; 2) $y=x^2$ және $y=1$ түзуі; 3) $y=2x+3$ және $x=5$; 4) $y=x^2$ және $y=x^2-1$ функциялары графиктерінің орналасуын сипаттаңдар».

2. Көрсеткіштік және логарифмдік функция, олардың қасиеттері. Көрсеткіштік және логарифмдік өрнектерді түрлендіру.

Алгебралық рационал, әрі иррационал функцияларға жатпайтын қарапайым функциялар, беймәлім (трансцендентті) функциялар деп аталады. Мысал ретінде, тура және кері тригонометриялық, көрсеткіштік, логарифмдік функцияларды трансцендентті функцияларға жатқызуға болатындығын атап өткен жөн.

II. $y = a^x \quad (a \succ 0, a \ne 1)$ формуламен берілген функция негізі а болатын *көрсеткіштік функция* деп аталады.

Көрсеткіштік функцияның негізгі қасиеттері:

a>1 үшін 1) функцияның анықталу облысы нақты сандар жиыны: $D(a^x) = R$

2) функцияның мәндерінің жиыны- барлық оң нақты сандар $E(a^x) = R_+$

3) функция бүкіл сан түзуінде өседі, яғни $x_1 \langle x_2$ болғанда $a^{x_1} \langle a^{x_2}$

4) x=0 болғанда $a^x = 1$, $x \in (-\infty; 0)$ болғанда $0 \langle a^x \langle 1$, , $x \in (0; \infty)$ болғанда $a^x \rangle 1$

$0 \prec a \prec 1$ үшін

1) функцияның анықталу облысы нақты сандар жиыны: $D(a^x) = R$

2) функцияның мәндерінің жиыны- барлық оң нақты сандар $E(a^x) = R_+$

3) функция бүкіл сан түзуінде кемиді , яғни $x_1 \langle x_2$ болғанда $a^{x_1} \rangle a^{x_2}$

4) x=0 болғанда $a^x = 1$, $x \in (-\infty; 0)$ болғанда $a^x \rangle 1$, $x \in (0; \infty)$ болғанда $0 \langle a^x \langle 1$,

x пен y-тің кез-келген нақты мәндерінде мына теңдеулер орындалады:

$$a^x a^y = a^{x+y} \qquad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad (ab)^x = a^x b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \qquad (a^x)^y = a^{xy}$$

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ теңдігін алайық бұл теңдік дәрежелеу амалы деп аталатын амалды өрнектейді. Ол амалда дәреженің негізі (2) мен көрсеткіші (3) беріледі де соларға қарап дәреженің өзі (8) табылады. Енді дәрежелеу амалына қандай амалдар кері болады екен соны қарастырайық.

Мысалы бір санды 3-ші шығарғанда 12 болсын делік, сол санды табайық, ол үшін таппақшы санымызды x пен белгілеп алып, мынадай теңдеу жазуымызға болады $x^3 = 12$
Берілген дәреже мен берілген көрсеткішке қарап негізгі x-ті табуға қолданылатын амал түбір табу амалы деп аталады, оны былай белгілейміз $x = \sqrt[3]{12}$
Дәреженің негізі 4 болып, сол негізді қандай дәрежеге шығарғанда 16 болатын табу керек болсын. Таппақшы көрсеткішімізді x пен белгілеп алып, мынадай теңдеу жазамыз $4^x = 16$
Берілген негіз бен берілген дәреже қарап, дәреженің көрсеткішін табу үшін қолданылатын амалды берілген санның (16) берілген негіздегі (4) логарифмін табу деп атайды.

Логарифмдеу – белгісіз айнымалылары бар өрнектің логарифмін осы айнымалының логарифмінің қосындысына не айырымдарына түрлендіру.

Анықтама. Берілген санның берілген негіздегі логарифмі деп сол негіздің берілген санға тең болатын дәрежесінің көрсеткішін айтады. Егер негіз 4-ке тең болса онда 16 логарифмі 2 болады, себебі $4^2 = 16$ “Негізі 4 болғандағы 16 –ның логарифмі ”деп жазудың орнына қысқаша билай жазады $\log_4 16$. Егер логарифм негізі 10-ға тең болса lg, е-ге тең болса ln жазылад.

Егер $y = a^x$ теңдеуіндегі көрсеткіш х-ті тәуелсіз айнымалы деп алсақ, у- х-тің функциясы болады. Бұл функцияны көрсеткіштік функция деп айтамыз. Ал егер у-ті тәуелсіз айнымалы деп алсақ, онда х у-тің бір функциясы болады, ашып айтсақ, х-негізі а болғандағы у санының логарифмі болады да оны былай жазуға болады $x = \log_a y$ Дағды бойынша тәуелсіз айнымалыны х деп, оның функциясын у деп алсақ, онда бұл функцияны былай өрнектеуге болады. $y = \log_a x$ Сонымен формуламен берілген $y = \log_a x$ функцияны негізі а болатын *логарифмдік функция* деп атайды. Логарифмдік функцияның қасиеттері:

Негізі оң сан болып келген теріс сандардың логарифмі болмайды

Негізі(1-ден басқа) қандай сан болса да, бірдің логарифмі нолге тең: $\log_a 1 = 0$

Негізі бірден артық болғанда, бірден артық сандардың логарифмі оң сан болады да, бірден кем сандардың лоарифмі теріс сан болады

Негіздің өзінің логарифмі 1-ге тең: $\log_a a = 1$

Негізі 1-ден артық болғанда , үлкен санға үлкен логарифм сәйкес келеді

Негіздері бірдей екі санның көбейтіндісінің логарифмі сол сандардың логарифмдерінің қосындысына тең: $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \qquad \log_{a^\alpha} x = \frac{1}{\alpha}\log_a x \qquad \log_a x^k = k\log_a x$$

$f(x) = x^a$ формуласымен көрсетілген функция *дәрежелік функция* деп аталады.

Көрсеткіштік және логарифмдік өрнектерді теңбе-тең түрлендіру

$$№1\ \frac{\log_a b + \log_a\left(b^{\frac{1}{2}\log_b a^2}\right)}{\log_a b - \log_{ab} b} \cdot \frac{\log_{ab} b \cdot \log_a b}{b^{2\log_b(\log_a b)} - 1} = \frac{\log_a b + \log_a a}{\log_a b - \frac{1}{\log_b ab}} \cdot \frac{\frac{1}{\log_b ab} \cdot \log_a b}{(\log_a b)^2 - 1} =$$

$$\frac{\log_a b + 1}{\log_a b - \frac{1}{\log_b a + 1}} \cdot \frac{\frac{\log_a b}{\log_b a + 1}}{(\log_a b - 1)(\log_a b + 1)} = \frac{\log_b a + 1}{1 + \log_a b - 1} \cdot \frac{\log_a b}{(\log_a b - 1)(\log_a b + 1)} = \frac{1}{\log_a b - 1}.$$

№2 $\beta = 10^{\frac{1}{1-\lg\alpha}}$ және $\gamma = 10^{\frac{1}{1-\lg\beta}}$ екендігі белгілі, α -ның γ -ға тәуелділігін табыңыздар.

$$\gamma = 10^{\frac{1}{1-\lg 10^{\frac{1}{1-\lg\alpha}}}} = 10^{\frac{1}{1-\frac{1}{1-\lg\alpha}}} = 10^{\frac{1-\lg\alpha}{1-\lg\alpha-1}} = 10^{1-\frac{1}{\lg\alpha}} = \frac{10}{10^{\frac{1}{\lg\alpha}}}$$

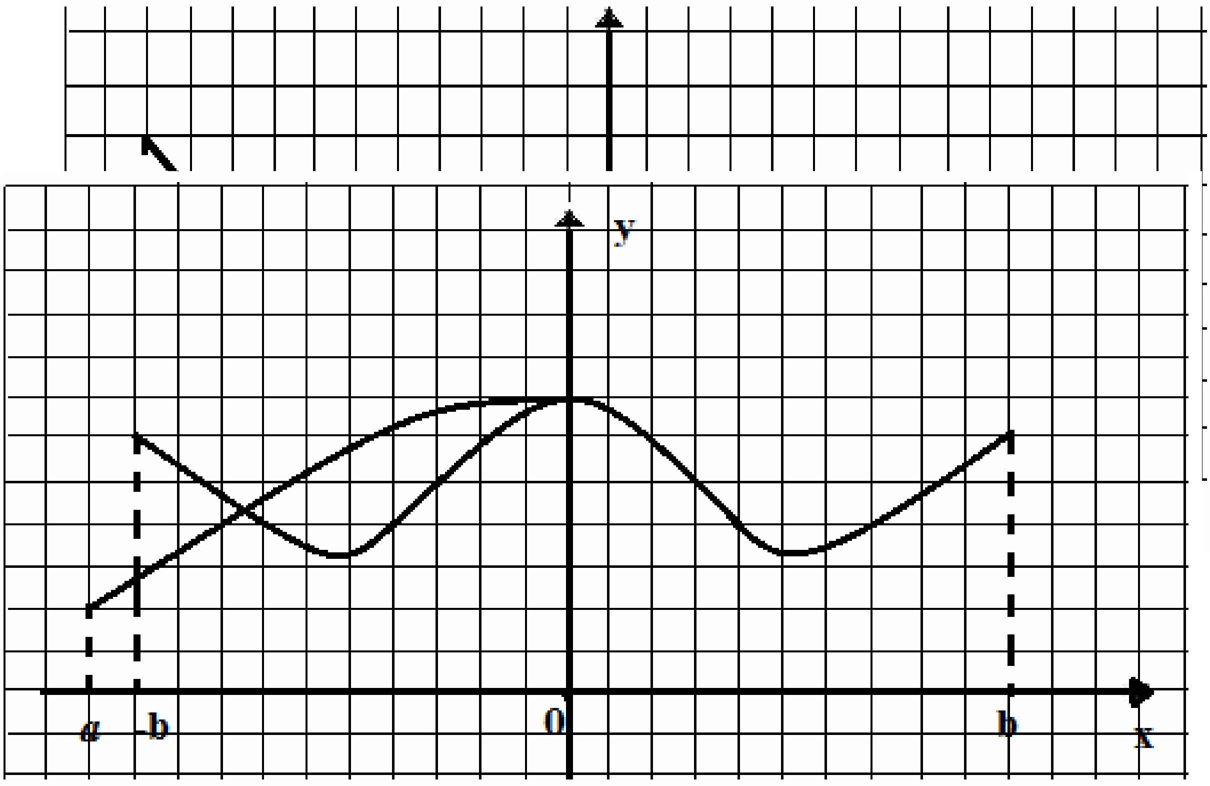
$$10^{\frac{1}{\lg\alpha}} = \frac{10}{\gamma}; \quad \frac{1}{\lg\alpha} = \lg\frac{10}{\gamma} \qquad \lg\alpha = \frac{1}{\lg\frac{10}{\gamma}} = \frac{1}{1-\lg\gamma}; \quad \alpha = 10^{\frac{1}{1-\lg\gamma}}$$

3. $y = |f(x)|, y = f(|x|), \ y = |f(|x|)|$ **функцияларының графигі**

Егер $y = f(x)$ функциясының графигі белгілі болса, онда $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$, $y = |f(|x|)|$ функцияларының да графиктерін алу оңай.

1. $y=|f(x)|$; бұл функцияның анықталу облысы $y=f(x)$ функциясымен бірдей. Егер x мәні үшін $f(x)\geq 0$ болса, онда екі функцияның графиктерінің ордината нүктелері сәйкес келеді. Ал $f(x)<0$ болғанда, модульге байланысты $|f(x)|=-f(x)$ және графиктің нүктелері Ох осіне байланысты симметриялы болады. Осыдан, $y=f(x)$ функциясының графигінің абсцисса осінен жоғары жатқан нүктелері $y=|f(x)|$ функциясына да тиісті болады; $y=f(x)$ функциясының графигінің абсцисса осінен төмен жатқан нүктелерін айнадан көріндендей симметриялы орналастыру қажет (30-сурет).

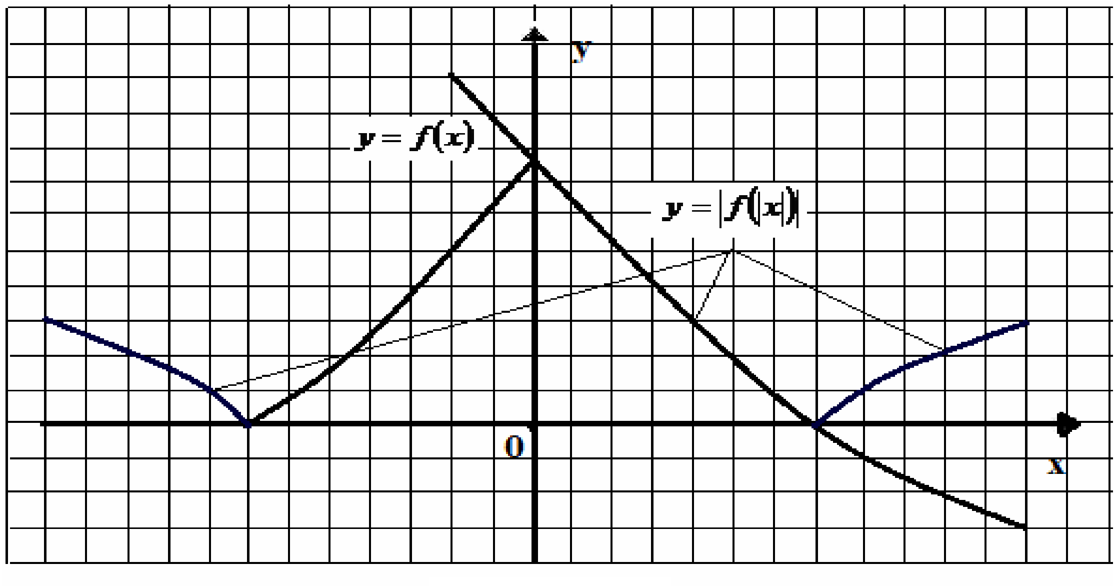
2. $y=f(|x|)$ функциясының графигін салу үшін барлық $x\geq 0$ нүктелтрінде $|x|=x$ болады,



31-сурет

демек $f(|x|)=f(x)$. Осылай, $y=f(x)$ функциясының графигінің оң жарты жазықтықта жатқан барлық нүктелері $y=f(|x|)$ функциясына да тиісті болады. $y=f(|x|)$ функциясы жұп функция, шындығында $|-x|=|x|$, яғни $f(-|x|)=f(|x|)$ болады. Сондықтан $y=f(x)$ функциясының графигін пайдаланып функциясының графигін салу үшін оның оң жақ бөлігіндегі графигін сол жақ бөлігіне ордината осіне байланысты симметриялы орналастыру керек (31-сурет).

3. $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ функциясының графигін салу үшін $y=f(x)$ функциясының графигінен $y=f\left(|x|\right)$ функциясының графигін, одан кейін $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ графигін салу қажет. Мысалы: (32-сурет)



32-сурет

Мысал-1: Келесі функциялардың графиктерін салайық: а) $y=x-1$;

ә) $y=|x-1|$; б) $y=|x|-1$; в) $y=\left||x|-1\right|$.

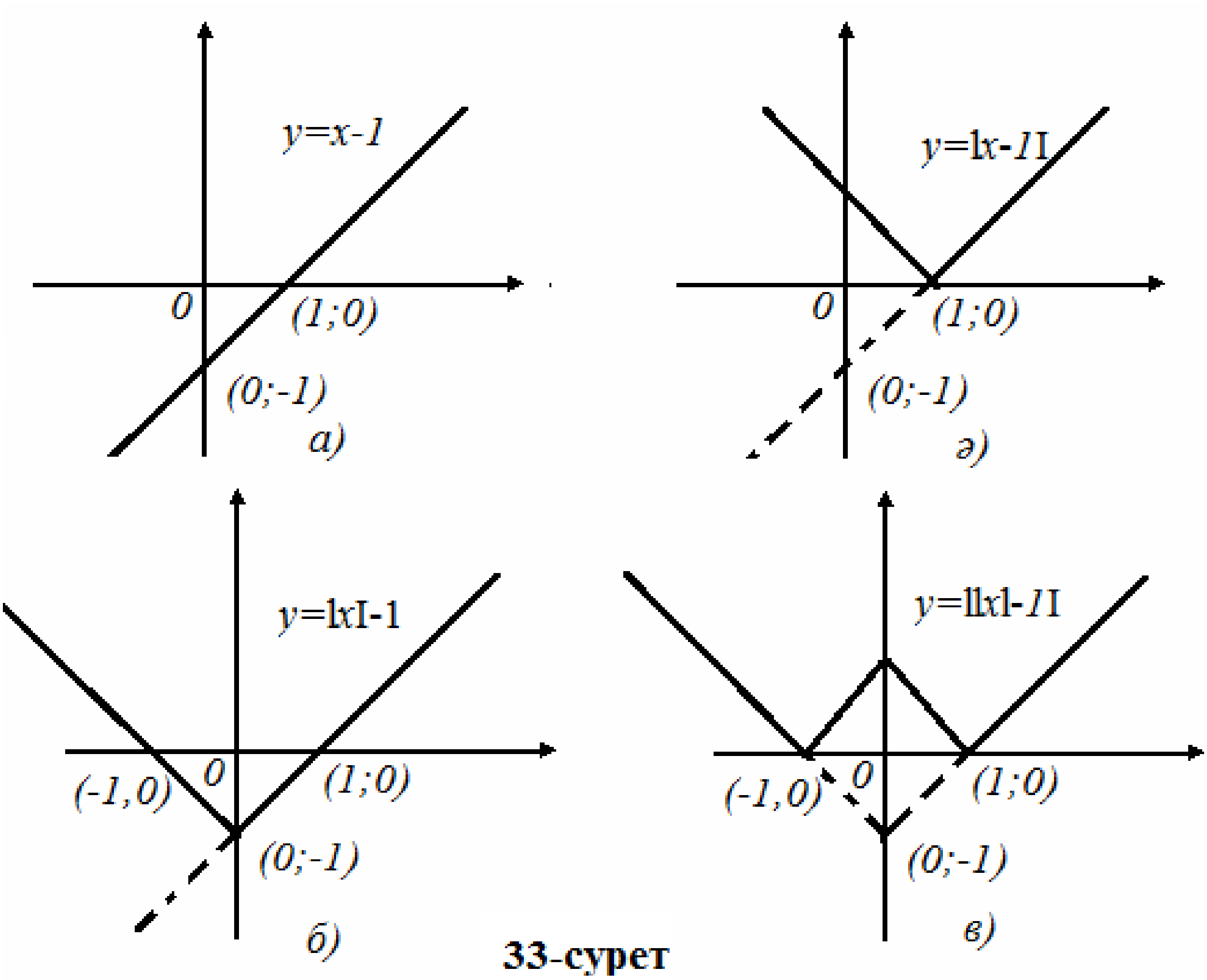
Шешуі: Берілген әрбір функция барлық абсцисса осінде анықталған. Негізгі функция ретінде $y=x-1$ функциясы болады және осы функцияның графигінен басқа функцияларды аламыз.

а) $y=x-1$ түзу сызықты функциясының графигі 33, а-суретте бейнеленген.

ә) $y=|x-1|$ функциясының графигін салу үшін $y=x-1$ функциясының графигінің абсцисса осінің төменгі бөлігінде жатқан бөлігін айнада кескінделгендей көшіру қажет (33, ә-сурет).

б) $y=f\left(|x|\right)$ функциясының графигін $y=f(x)$ функциясының графигінен алу ережесін пйдаланып, мынадай әрекет жасаймыз:

$y = x - 1$ функциясының графигін аламыз, оның Оу осіннің сол жақ бөлігінде жатқан бөлігін алып тастаймыз, ал Оу осінің оң жақ бөлігінде жатқан бөлігін сол жағына айнада көрінгендей саламыз. Нәтижесінде $y = |x| - 1$ функциясының графигін аламыз (33,б-сурет).в) $y = |x| - 1$ функциясының графигін пайдаланып, $y = ||x| - 1|$ функциясының графигін аламыз (33,в-сурет).



33-сурет

Мысал-2: Келесі функциялардың графиктерін салайық: а) $y = x^2 - 4x + 3$
ә) $y = |x^2 - 4x + 3|$; б) $y = x^2 - 4|x| + 3$; в) $y = |x^2 - 4|x| + 3|$.

Шешуі: Берілген әрбір функция барлық абсцисса осінде анықталған. Негізгі функция ретінде $y = x^2 - 4x + 3$ функциясы болады және осы функцияның графигінен басқа функцияларды аламыз.

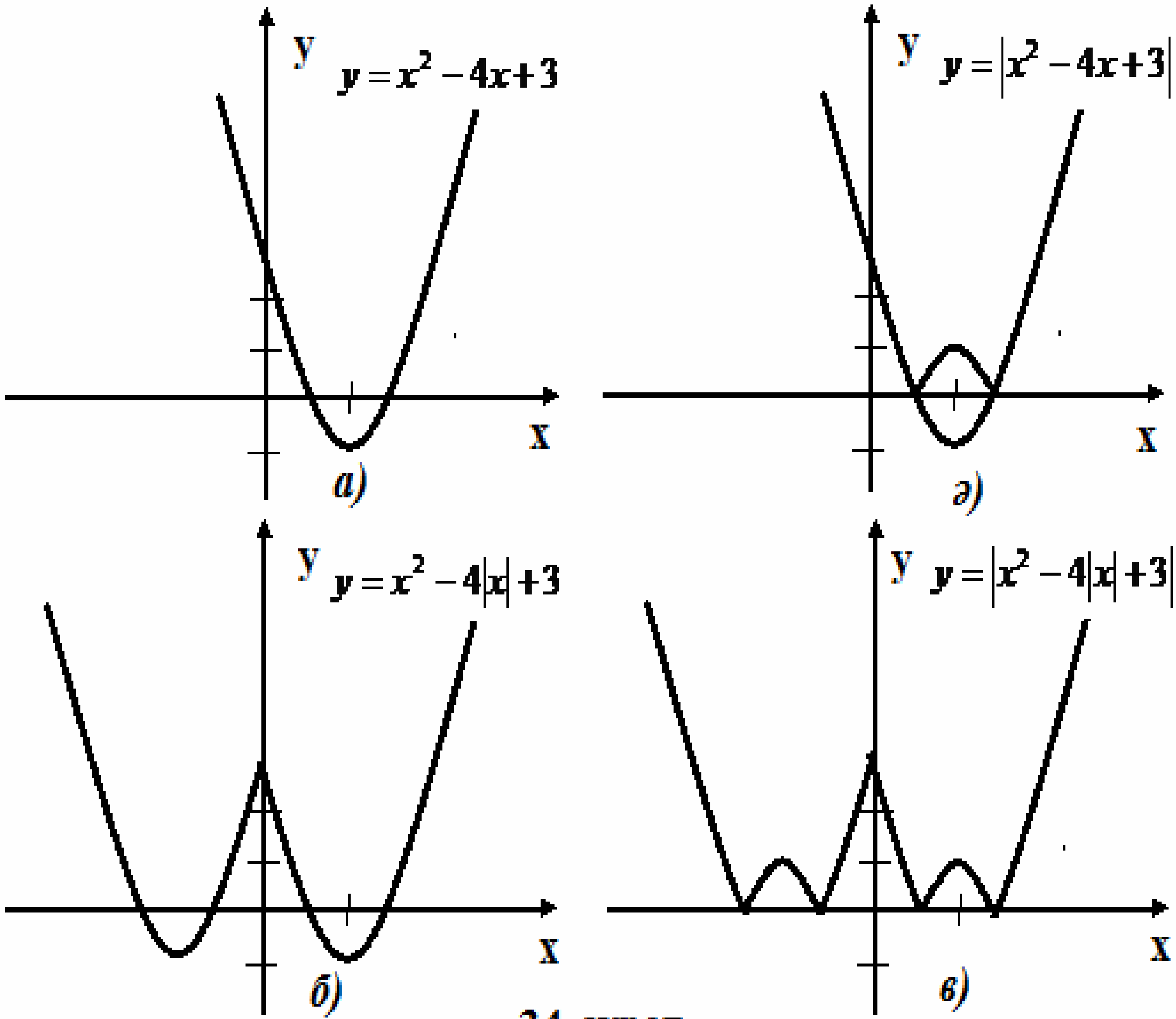
а) Берілген функцияны $y = (x-2)^2 - 1$ түрінде жазамыз, функцияның графигі төбесі (2,-1) болатын парабола болады (34, а-суретте).

ә) $y = |x^2 - 4x + 3|$ функциясының графигі 34, ә-суретте кескінделген.

б) $y = x^2 - 4|x| + 3$ функциясын $y = |x|^2 - 4|x| + 3$ түрінде жазсақ болады, бұл функцияның графигі 34, б-суретте кескінделген.

в) $y = |x^2 - 4|x| + 3|$ функциясының графигі 34, в-суретте кескінделген.

[11. 136-138 б]



34-сурет